

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ  
„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“

**НАУЧНИ  
ТРУДОВЕ**

ТОМ 48, КН. 2, 2011

*Методика  
на обучението*

**УНИВЕРСИТЕТСКО ИЗДАТЕЛСТВО  
„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“  
PLOVDIV UNIVERSITY „PAISSII HILENDARSKI“ – BULGARIA  
SCIENTIFIC WORKS – METHODS OF EDUCATION  
VOL. 48, BOOK 2, 2011**

**Редакционна колегия:**

доц. д-р Р. Маврова – председател

**Членове:**

проф. д-р В. Милушев

доц. д-р Р. Митрикова

доц. д-р Е. Гергова

доц. д-р Гр. Ставрева

доц. д-р Ст. Николов

ISSN 0861-279X

## СЪДЪРЖАНИЕ

<b>ДИДАКТИЧЕСКИ ТЕСТ „I Б ГРУПА НА ПЕРИОДИЧНАТА СИСТЕМА“ (10. КЛАС) .....</b>	<b>5</b>
<i>Антоанета Ангелачева</i>	
<b>ЕДНО ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪРХУ ИЗУЧАВАНЕ НА МЕТОДИ ЗА ДОКАЗВАНЕ НА НЕРАВЕНСТВА МЕЖДУ ЕЛЕМЕНТИ В ТРИЪГЪЛНИК .....</b>	<b>19</b>
<i>Евгения Ангелова, Жанета Германова</i>	
<b>ПРОВОКИРАНЕ ИНТЕРЕСА НА УЧЕНИЦИТЕ ПРИ ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА .....</b>	<b>35</b>
<i>Румяна Маврова, Петя Сярова</i>	
<b>ЗА НЯКОИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ АКТИВИЗИРАЩИ МИСЛЕНЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ.....</b>	<b>47</b>
<i>Румяна Маврова</i>	
<b>СИСТЕМА ОТ НЕОБХОДИМИ И ДОСТАТЪЧНИ УСЛОВИЯ ЗА РАЗПОЛОЖЕНИЕ НА КОРЕНИТЕ НА КВАДРАТНИЯ ТРИЧЛЕН ВЪРХУ ЧИСЛОВАТА ОС И НЯКОИ ТЕХНИ ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>59</b>
<i>Добринка Бойкина</i>	
<b>ОБРАЗОВАТЕЛНИ АСПЕКТИ НА ЕКОЛОГИЧНАТА ЕТИКА.....</b>	<b>73</b>
<i>Златка Ваклева</i>	
<b>ЦЕЛИ И СЪДЪРЖАНИЕ НА БИОЛОГИЧНОТО ОБРАЗОВАНИЕ И ОБУЧЕНИЕ НА ФОНА НА ОБРАЗОВАТЕЛНИТЕ РЕФОРМИ В БЪЛГАРСКОТО УЧИЛИЩЕ – МЕТОДОЛОГИЧЕСКИ ПОСТАНОВКИ И МЕТОДИЧЕСКИ ФОРМАТИ .....</b>	<b>85</b>
<i>Грозданка Ставрева</i>	
<b>ПРОБЛЕМЪТ ЗА НАРКОТИЦИТЕ В УЧИЛИЩЕ И МЯСТОТО МУ В УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО БИОЛОГИЯ .....</b>	<b>103</b>
<i>Маргарита Панайотова</i>	

## CONTENTS

<b>DIDACTIC TEST „I B GROUP OF THE PERIODIC TABLE“ (10<sup>TH</sup> GRADE).....</b>	<b>18</b>
<i>Antoaneta Angelacheva</i>	
<b>AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE TEACHING OF METHODS FOR PROVING INEQUALITIES BETWEEN ELEMENTS IN A TRIANGLE .....</b>	<b>33</b>
<i>Evgeniya Angelova, Zhaneta Germanova</i>	
<b>PROVOKING STUDENTS' INTEREST IN TEACHING MATHEMATICS.....</b>	<b>46</b>
<i>Rumyana Mavrova, Petya Syarova</i>	
<b>ABOUT SOME MATHEMATICAL PROBLEMS ACTIVATING THE THINKING OF STUDENTS .....</b>	<b>58</b>
<i>Rumyana Mavrova</i>	
<b>A SYSTEM OF NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR THE LOCATION OF THE ROOTS OF A SQUARE TRINOMIAL ON THE NUMBER AXIS AND SOME OF THEIR APPLICATIONS .....</b>	<b>72</b>
<i>Dobrinka Boykina</i>	
<b>EDUCATIONAL ASPECTS OF ENVIRONMENTAL ETHICS .....</b>	<b>84</b>
<i>Zlatka Vakleva</i>	
<b>OBJECTIVES AND CONTENT OF THE EDUCATION AND TRAINING IN BIOLOGY DURING THE BULGARIAN EDUCATIONAL REFORMS. METHODOLOGICAL CASES AND METHODICAL FORMATS .....</b>	<b>102</b>
<i>Grozdanka Stavreva</i>	
<b>THE PROBLEM OF DRUGS IN SCHOOL AND ITS PLACE IN THE CURRICULUM IN BIOLOGY .....</b>	<b>111</b>
<i>Margarita Panayotova</i>	

**ДИДАКТИЧЕСКИ ТЕСТ**  
**„I Б ГРУПА НА ПЕРИОДИЧНАТА СИСТЕМА“**  
**(10. КЛАС)**

*Антоанета Ангелачева*

Проблемът за обективното диагностициране и измерване на равнището на знанията и уменията на учениците е един от основните проблеми на образователната практика. През последните години особеният интерес към този проблем породил стремеж за създаване на дидактически тестове, чрез които да се разширят възможностите за отхвърляне на субективизма при диагностицирането и измерването в сферата на образованието.

Анализът на педагогическата литература и на доцимولوجическата практика у нас показва, че дидактическите тестове се използват както за регистриране на постиженията на учениците по отделните учебни предмети, така и за развитие на познавателния интерес и на логическото мислене у учениците.

*Целта на работата е като се използват идеи от теорията и от методиката на тестовете да се създаде дидактически тест за измерване равнището на знанията и уменията на учениците при изучаване на I Б група на периодичната система (10. клас).*

Реализирането на целта свързваме с решаването на следните задачи:

1. Проучване на литературата по въпроса за класификацията на дидактическите тестове и на тестовите задачи.

2. Анализ на учебното съдържание за I Б група с цел открояване на основните понятия при нейното изучаване; определяне на знанията и уменията на учениците, които могат да бъдат обект на контрол и оценка.

3. Изготвяне на тест върху учебното съдържание за I Б група в съответствие с изискванията на теорията и методиката на дидактическите тестове.

4. Апробиране на теста. Анализ на качествата на тестовите задачи, на теста като цяло и на резултатите за равнището на постиженията на учениците при изучаване на конкретното учебно съдържание.

В литературата са известни редица определения на понятието *дидактически тест*. Ние се придържаме към по-широкото разглеж-

дане на теста като една от формите на приложение на писмения метод за контрол и самоконтрол на знанията и уменията на учениците [3].

Според начина на оценяване на постиженията от учебната дейност дидактическите тестове се типизират като *нормативни* и *критериални*. Нормативните тестове установяват интелектуалните постижения на тестирувания ученик в сравнение с останалите тествани ученици. Критериалните тестове отчитат постиженията на учениците по предварително формулирани критерии [1]. Нашето внимание е насочено по-конкретно към нормативните тестове.

В практиката на химическите тестове, за разлика от другите частнонаучни направления, особеното е това, че в тях широко е застъпен езикът на химичните символи, химичната номенклатура и терминология [1].

Изборът на учебното съдържание за I Б група на периодичната система (с цел разработване на дидактически тест) е продиктуван от голямото му познавателно и практическо значение. При изучаване на I Б група се конкретизират логическите взаимовръзки между мястото на елемента в периодичната система, строежа на атома му, възможните степени на окисление, химичната му активност и вида и свойствата на простите вещества и химичните съединения, които образува. Следването на тези връзки определя дедуктивен път на изучаване: общ преглед на I Б група, конкретен представител, по-важни негови съединения. Химичните елементи (мед **Cu**, сребро **Ag**), техните прости вещества и химични съединения се изучават на съвременно познавателно равнище при наличие на голям теоретичен запас от знания за строежа на атома, периодичната система, химичната връзка, електролитната дисоциация и окислително-редукционните процеси [2, 5].

В учебното съдържание за I Б група се развиват трите основни химични понятия – химичен елемент, вещество и химична реакция. Съществените признаци за тяхното описание представяме в табл. 1.

**Таблица 1.** Понятия в учебното съдържание за елементите от I Б група

Понятия	Признаци за разкриване съдържанието на понятията
<i>Химичен елемент</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Описание на химичните елементи (<b>Cu</b>, <b>Ag</b>, <b>Au</b>):                             <ul style="list-style-type: none"> <li>– място на елемента в периодичната система;</li> <li>– пореден номер;</li> <li>– строеж на атомите;</li> <li>– степени на окисление;</li> <li>– окислително-редукционна активност на атомите на елементите.</li> </ul> </li> <li>• Видове химични елементи:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>– химичен елемент с метален характер (<b>Cu</b>, <b>Ag</b>, <b>Au</b>).</li> </ul> </li> </ul>

<i>Вещество</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Прости вещества: <ul style="list-style-type: none"> <li>– метали (<b>Cu, Ag, Au</b>);</li> <li>– строеж на простите вещества;</li> <li>– свойства на простите вещества;</li> <li>– области на приложение на простите вещества.</li> </ul> </li> <li>• Химични съединения (състав, строеж, свойства, области на приложение): <ul style="list-style-type: none"> <li>– оксид – амфотерен, с преобладаващи основни свойства (<b>Cu<sub>2</sub>O, CuO, Ag<sub>2</sub>O</b>);</li> <li>– хидроксид – амфотерен, с преобладаващи основни свойства (<b>CuOH, Cu(OH)<sub>2</sub>, AgOH</b>);</li> <li>– сол – нормална (<b>CuSO<sub>4</sub></b>), основна (<b>CuOH</b>)<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>.</li> </ul> </li> </ul>
<i>Химична реакция</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Видове химични реакции (конкретни химични реакции, отразяващи химичните свойства на простите вещества и химичните съединения на елементите от I Б група): <ul style="list-style-type: none"> <li>– необратими и обратими;</li> <li>– екзотермични и ендотермични;</li> <li>– каталитични и некаталитични;</li> <li>– протичащи с и без електронен преход.</li> </ul> </li> </ul>

### Етапи при създаване на дидактическия тест

#### 1. Определяне на целта на теста и изготвяне на тест-спецификация

*Целта* на теста би могла да се формулира по следния начин: Да се измери равнището на постиженията на учениците върху учебното съдържание за I Б група на периодичната система. Целта отразява осъзнатата необходимост от обективно измерване на знанията и уменията на учениците при прилагане на изучените съвременни теории за строежа на атома, за химичната връзка и за химичните процеси върху учебното съдържание за елементите от I Б група.

Конкретизацията на целта в задача на измерването налага обвързване на целите и съдържанието на обучението с целите и задачите на контрола. Това се отнася до изготвянето на т.нар. *тест-спецификация* (подробен списък от знания и умения, които могат да бъдат обект на контрол и оценка), представен в табл. 2.

**Таблица 2.** Знания и умения, обект на контрол и оценка при изучаване на I Б група

<p><i>Знания за:</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• връзката между мястото на химичните елементи от I Б група в периодичната система, строежа на атомите им и характерните степени на окисление;</li> <li>• връзката между мястото на химичните елементи от I Б група в периодичната система и техния химичен характер, вида на простите вещества и на химичните съединения, които образуват;</li> <li>• връзката между строежа и свойствата на веществата на химичните елементи от I Б група;</li> <li>• връзката между свойствата, разпространението, употребата и методите за получаване на веществата на химичните елементи от I Б група;</li> <li>• връзката между свойствата на веществата на химичните елементи от I Б група и тяхното биологично значение или токсично действие;</li> <li>• йоннообменните и окислително-редукционните процеси, в които участват веществата на химичните елементи от I Б група;</li> <li>• генетичната връзка между веществата, които химичните елементи от I Б група образуват;</li> <li>• връзката между по-малкия атомен радиус на елементите от I Б група и по-малката им химична активност в сравнение с атомите на елементите от I А група.</li> </ul>
<p><i>Умения за:</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• графично представяне на строежа на електронните обвивки на атомите на елементите от I Б група;</li> <li>• определяне на химичния характер на елементите от I Б група по данни за мястото им в периодичната система;</li> <li>• изясняване на причинно-следствени връзки между строежа и свойствата на веществата на елементите от I Б група;</li> <li>• описание на разпространението, приложението и методите за получаване на веществата на елементите от I Б група във връзка с техните свойства;</li> <li>• разкриване на физиологичното действие на елементите от I Б група и на проблеми, свързани с опазване на околната среда;</li> <li>• експериментална дейност при изучаване на I Б група;</li> <li>• обобщаване и систематизиране на знанията за генетичната връзка между веществата на елементите от I Б група;</li> <li>• пренос на знания в нова познавателна ситуация;</li> <li>• сравнение между елементите от I Б и от I А групи по свойства на техните вещества и по химична активност;</li> <li>• изразяване на химичните реакции с електронни, с електронно-йонни или с йонни химични уравнения;</li> <li>• извеждане на конкретни знания и действия по дедуктивен логически път.</li> </ul>



## 2. Разработване на съдържанието на тестовите задачи

Съдържанието на съставените от нас тестови задачи (вж. приложение 1) може да се представи накратко чрез описание на дейността при решаването им:

*Задача 1.* Определяне на електронната конфигурация на елементите от I Б група по мястото им в периодичната система.

*Задача 2.* Характеризиране на строежа на атомите, степените на окисление, химичната активност на елементите от I Б група.

*Задача 3.* Разпознаване на химични уравнения, отразяващи отношението на медта **Cu** към концентрирани разтвори на киселини.

*Задача 4.* Сравняване на свойствата на простите вещества мед **Cu** и сребро **Ag** по признаци на сходство.

*Задача 5.* Приложение на химични факти, свързани със свойствата на простото вещество сребро **Ag**.

*Задача 6.* Разпознаване на окислително-редукционни процеси, в които участват простото вещество мед **Cu** и химични съединения на медта.

*Задача 7.* Изразяване с химични уравнения на преходи между веществата на елемента мед **Cu**.

*Задача 8.* Обобщено представяне на знания за употребата на простото вещество и на химичните съединения на елемента мед **Cu** във връзка с техните свойства.

*Задача 9.* Пренос на знания за химичния елемент мед **Cu** върху факти за елемента сребро **Ag**.

*Задача 10.* Сравняване на химичните отнасяния и химичната активност на простите вещества на елементите натрий **Na**, мед **Cu** и сребро **Ag**.

В теста са включени задачи от различен тип – със структуриран отговор, със свободен отговор и задачи за съпоставяне.

## 3. Конструиране на теста и апробация

При съставяне на теста са спазени следните изисквания:

– тестът е съгласуван с ДОИ за учебно съдържание и с учебната програма (2000 г.);

– тестът е самостоятелен по отношение на съдържанието;

– задачите от теста обхващат съществени моменти от учебното съдържание за I Б група на периодичната система;

– задачите от теста са подредени съобразно оценяваните равнища на постиженията на учениците (табл. 3);

– всяка задача от теста е независима по съдържание от останалите;

– за всяка задача е определена оценка, която отговаря на сложността на нейното съдържание (табл. 3);

– избрана е скала за превръщане на точките (бала) от вярно решените задачи в оценки (табл. 4).

Практиката показва, че колкото повече задачи съдържа даден тест, толкова по-големи са възможностите му за постигане на висока надеждност. Предложеният от нас нормативен тест съдържа 10 задачи. Теоретично основано това гарантира високата му надеждност.

Точките, които оценяват вярното решение на задачите от теста имат различна тежест в зависимост от характера на дейността, която изисква решението на задачата и в зависимост от определените от нас равнища на постиженията на учениците (табл. 3).

**Таблица 3.** Равнища на постиженията на учениците и критерии за тяхното оценяване

Равнища на постиженията на учениците	Критерии	Съдържание на критерия
1. Репродуктивно Р <sub>1</sub> (задачи 1, 2, 3)	К <sub>1</sub> – по 2 точки	Включва умения за решаване на тренировъчни задачи: – разпознаване на химични факти и понятия; – разпознаване на правила; – приложение на дефиниции и закони; – възпроизвеждане на основни знания и умения.
2. Продуктивно Р <sub>2</sub> (задачи 4, 5, 6, 7)	К <sub>2</sub> – по 3 точки	Включва умения за решаване на познавателни задачи: – приложение на знания и умения в аналогични ситуации; – извършване на частично продуктивна дейност по зададен модел.
3. Творческо Р <sub>3</sub> (задачи 8, 9, 10)	К <sub>3</sub> – по 4 точки	Включва умения за решаване на творчески задачи: – прилагане на знания и умения в непознати ситуации; – извеждане на обобщения; – формулиране и доказване на хипотези.

За да може тестът да изпълни предназначението си, трябва да се състави скала за оценка на изпълнението му. В нашата училищна практика се работи с оценки по шестобалната система. Поради това полученият брой точки трябва да се преобразува в резултати по тази скала. За целта първоначално определяме процентната част на полу-

чения брой точки спрямо максималния за теста. Получената процентна част преобразуваме в оценка по шестобалната скала [1].

**Таблица 4.** Трансформация на точковите оценки в шестобална система

<b>Точки</b>	0–6	7–12	13–18	19–24	25–30
<b>Оценки</b>	2	3	4	5	6

Крайният резултат от изпълнението на теста за всеки ученик е следствие от общия сбор, получен от бала на вярно решените задачи. Той формира общия тестови бал, който използваме при образуване на контрастните групи. За целта писмените работи на учениците подреждаме по реда на нарастване на техния общ тестови бал. Използваме предложения от Р. Ебел подход – обемът на всяка група да е 27 % от общия брой изследвани ученици [1, с. 188]. Общият брой на учениците, взели участие в тестирането, е 60. Техният среден успех по химия е мн. добър 4,50. За „силна“ група избрахме 16 ученици, чиито резултати са в началото на ранговия ред. В „слабата“ група влизат последните 16 ученици. При по-нататъшния анализ на тестовите задачи използваме резултатите на учениците от тези две групи.

#### **4. Анализ на задачите от теста след неговото изпробване**

В този етап изследваме качествата на тестовите задачи (*трудност, дискриминативна сила и дистрактори*) и качествата на теста като цяло (*надеждност, валидност*).

*Трудността* на задачите се представя чрез *индекса на трудност*  $P$ , който представлява процентната част на тестираните лица, които вярно са решили задачата, и се изчислява по формулата [1, с. 189]:

$$P = \frac{N_R}{N} \cdot 100, \text{ където}$$

$N_R$  – брой на лицата от двете екстремални групи, които са решили вярно задачата;

$N$  – общ брой на лицата от двете групи.

Според Р. Ебел при нормативните тестове трудността на задачите трябва да бъде в интервала 20 %-80 % [1, с. 192]. Резултатите, получени при изследване трудността на задачите от съставения от нас тест влизат в тези граници (табл. 5). Задачи 1, 2 и 3 от теста са с пониска трудност, т.е. в най-малка степен затрудняват учениците. Тези задачи са подбрани на първо равнище на овладяване на знанията и уменията от учениците и са с избираем отговор. Останалите задачи са със средна трудност. Те са подбрани на второ и на трето равнище на постиженията на учениците. Следователно задачите от теста не се нуждаят от промяна по отношение на тяхната трудност.

Дискриминативната сила показва възможностите на дадена задача да разграничи „силните“ от „слабите“ по постижения ученици и се определя по формулата [1, с. 193]:

$$DP = \frac{R_U - R_L}{1/2T}, \text{ където}$$

$R_U$  – брой на учениците от „силната“ група, които са решили вярно задачата;

$R_L$  – брой на учениците от „слабата“ група, които са решили вярно задачата;

$T$  – общ брой на учениците от двете групи, независимо дали са отговорили вярно или не.

Приемливият индекс на дискриминативната сила е в интервала 0,40-0,60 [1, с. 192]. Резултатите, получени при изследване на дискриминативната сила показват, че за задачите от теста тя е положителна и е в посочените граници. Следователно задачите от теста могат да разграничат учениците със силни и със слаби постижения.

Качествата на тестовите задачи (*трудност* и *дискриминативна сила*), отразени в табл. 5, дават основание за оценка на теста.

**Таблица 5.** Качества на задачите от теста

Качества на задачите от теста	Тестови задачи									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Индекс на трудност, %</i>	25	29	42	48	70	72	69	65	68	73
<i>Дискриминативната сила</i>	0,41	0,45	0,58	0,52	0,57	0,48	0,59	0,59	0,54	0,55

При задачи с избран отговор анализът на *дистракторите* трябва да установи дали и до каква степен те са приемливи за учениците и доколко те позволяват да се разграничат „силните“ от „слабите“ ученици [1, с. 195]. Данните от тестирането показват, че всеки от дистракторите е посочен от повече „слаби“ ученици, отколкото „силни“; в групата на „силните“ ученици нито един от дистракторите не е посочен повече пъти, отколкото верния отговор. Следователно дистракторите са приемливи за всички ученици и имат положителна роля за разграничаване на постиженията на учениците от двете групи.

*Надеждността* на теста се определя според трайността на резултатите от две тестираня (тест/ ретест), проведени в интервал от 3-4 седмици. Показател за надеждността на нормативните тестове е коефициентът на корелация на Пирсън-Браве  $R_i$  [1, с. 216], който може да приема стойности между 0 и 1. Колкото по-високи са тези стойности, толкова по-надежден е съответния тест. Коефициентът на корелация

ция на теста е  $R_i = 0,72$ . Добрата стойност на  $R_i$  ни дава основание да преценим теста като достатъчно надежден.

За да определим *съдържателната валидност* на теста използваме оценката на експерти-учители за съответствието между съдържанието на включените в дидактическия тест задачи и учебното съдържание, чието овладяване той е предназначен да измерва. За дидактическите тестове в качеството на критерий за проверка на съдържателната валидност служи учебната програма. За всяка задача от теста експертите отговарят на въпроса: Какви са знанията и уменията, които се измерват с тази задача?

- а) основни;
- б) полезни, но не основни;
- в) несъществени.

Количественият израз на това съответствие изчисляваме с помощта на предложения от С. Лоши *коэффициент на съответствие CVR* [1, с. 243]:

$$CVR = \frac{n_e - N/2}{N/2}, \text{ където}$$

$n_e$  – брой на експертите, които оценяват положително теста;

$N$  – общ брой на експертите.

Стойностите на *коэффициента CVR* могат да варират от  $-1$ , когато нито един от експертите не е посочил, че тестът съответства на целите, до  $+1$ , когато всички експерти приемат теста като отговарящ на целите на изследването.

В конкретния случай, след заместване на данните от експертната оценка за теста във формулата за *коэффициента на съответствие CVR*, получаваме:

$$CVR = 1 \text{ (при } n_e = 6 \text{ и } N = 6).$$

Резултатите ни дават основание да твърдим, че *съдържателната валидност* на теста е много добра.

В заключение ще отбележим, че качествата на тестовите задачи и на теста като цяло отговарят на описаните в литературата основни изисквания към нормативните тестове. Приемаме, че разработеният от нас тест ефективно би могъл да изпълнява ролята на инструментариум за диагностика и измерване на постиженията на учениците при изучаване на I Б група на периодичната система (вж. приложение 2).

Методиката на създаване на теста би могла да се използва при съставяне на дидактически тестове не само по химия, но и по други учебни предмети.

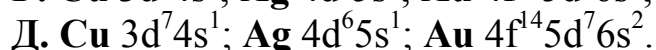
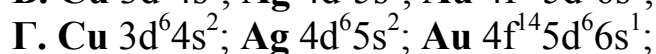
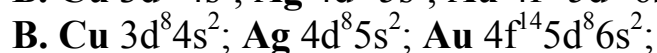
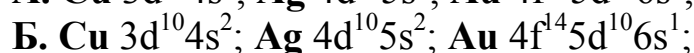
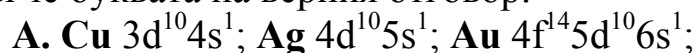
Според нас и според мнението на учителите, които осъществиха тестирането и оцениха тестовия материал, съдържанието на теста (и на банката от допълнителни тестови задачи, която предоставихме на учителите) дава възможност за обогатяване на системата от знания и умения на учениците за химичните елементи и за техните съединения.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Бижков, Г. Теория и методика на дидактическите тестове. София, Просвета, 1996
2. Близнаков, Г. и др. Химия и опазване на околната среда 10. клас профилирана подготовка. София, Анубис, 2002
3. Ганчев, Г., Е. Гергова. Тестът по химия. Стара Загора, Палмира, 1998
4. Недялкова, Л., Е. Гергова, Й. Димова. Първи стъпки в химията. Сборник с решени задачи и тестове за 8. клас. София, Просвета, 1996
5. Павлова, М. и др. Химия и опазване на околната среда 10. клас задължителна подготовка. София, Педагог 6, 2002

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**  
**ДИДАКТИЧЕСКИ ТЕСТ**  
**„I Б ГРУПА НА ПЕРИОДИЧНАТА СИСТЕМА“**  
**(10. КЛАС)**

**Задача 1.** Каква е електронната конфигурация на атомите на химичните елементи от I Б група на периодичната система? Заградете с кръгче буквата на верния отговор.



**Задача 2.** Кои признаци са характерни за химичните елементи от I Б група? Заградете с кръгче буквата на верния отговор.

**А.** проявяват по-малка химична активност в сравнение с елементите от I А група;

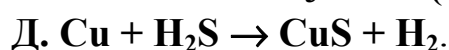
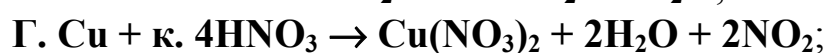
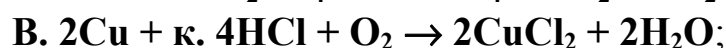
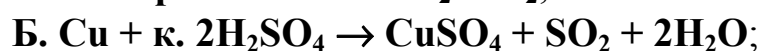
**Б.** проявяват променлива степен на окисление;

**В.** имат по-малък атомен радиус от елементите от I А група, които принадлежат към същия период;

**Г.** химичната активност на металите намалява в реда **Cu–Ag–Au**;

**Д.** всички, посочени по-горе признаци, взети заедно.

**Задача 3.** Кои химични взаимодействия отразяват вярно отношението на простото вещество мед **Cu** към киселините?



Заградете с кръгче буквата на верния отговор.

**а)** А и Д;

**б)** А и Б;

**в)** А, Б и В;

**г)** Б, В и Г;

**д)** Д и Г.

**Задача 4.** Взаимодействието с кои от изброените вещества е характерно за простите вещества мед **Cu** и сребро **Ag**? Заградете с кръгче буквата на верния отговор.

А.  $\text{H}_2\text{O}$ ;

Б.  $\text{H}_2$ ;

В. разредени разтвори на  $\text{HCl}$  и на  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ;

Г. концентриран разтвор на  $\text{NaOH}$ ;

Д. концентриран разтвор на  $\text{HNO}_3$ .

**Задача 5.** При наличие във въздуха на следи от газа сероводород  $\text{H}_2\text{S}$  сребърните предмети (бижутата, монети, прибори за хранене и др.) потъмняват, поради образуването на повърхността на метала на слой от черен на цвят дисребърен сулфид  $\text{Ag}_2\text{S}$ .

Изразете с химично уравнение взаимодействието между среброто **Ag**, сероводорода  $\text{H}_2\text{S}$  и кислорода  $\text{O}_2$  от въздуха като имате предвид, че единият от продуктите на реакцията е вода  $\text{H}_2\text{O}$ . Означете степените на окисление на елементите. Определете окислителя и редутора, запишете електронно-йонните уравнения.

**Задача 6.** В коя от изразените с уравнения химични реакции медта **Cu** е окислител? Означете степените на окисление на елементите и прехода на електрони в окислително-редукционните процеси. Заградете с кръгче буквата на верния отговор.

А.  $2\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CuO}$ ;

Б.  $\text{Cu} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{CuCl}_2$ ;

В.  $\text{Cu} + \text{к. } 4\text{HNO}_3 \rightarrow \text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{NO}_2$ ;

Г.  $\text{CuSO}_4 + \text{Fe} \rightarrow \text{FeSO}_4 + \text{Cu}$ ;

Д.  $\text{CuSO}_4 + \text{NaOH} \rightarrow \text{Cu}(\text{OH})_2 + \text{Na}_2\text{SO}_4$ .

**Задача 7.** Изразете с подходящи химични уравнения преходите:  
 $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \leftarrow \text{X} \leftarrow \text{Cu} \rightarrow \text{Y} \rightarrow \text{Cu}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{CuCl}_2$ .

**Задача 8.** Предложете примери за химични реакции с практическо значение, в които участват вещества на елемента мед **Cu**.

**Задача 9.** Означете с уравнения химичните реакции, които съответстват на следните превръщания:

$\text{Ag}^0 \rightarrow \text{Ag}^{+1} \rightarrow \text{Ag}^0$ .

**Задача 10.** Сравнете простите вещества на елементите натрий **Na**, мед **Cu** и сребро **Ag** по признаците, дадени в таблицата. Обяснете причините за сходствата и за различията в техните химични отнасяния.



Просто вещество	Отнасяне към:						
	O <sub>2</sub> при 20 °C	O <sub>2</sub> при нагряване	H <sub>2</sub>	други неметали	H <sub>2</sub> O	разредени разтвори на киселини	концентрирани разтвори на киселини
Na							
Cu							
Ag							

### Оценяване на задачите от теста

Общият бал от теста се образува чрез сумиране на броя верни отговори, на които съответстват определен брой точки:

Задача 1. По 2 точки за верен отговор А.

Задача 2. По 2 точки за верен отговор Д.

Задача 3. По 2 точки за верен отговор Г.

Задача 4. По 3 точки за верен отговор Д.

Задача 5. По 3 точки за верен отговор.

Задача 6. По 3 точки за верен отговор Г.

Задача 7. По 3 точки за верен отговор.

Задачи 8, 9, 10. По 4 точки за всеки верен отговор.

Максимален брой точки от теста – 30 т.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица 1. Резултати от апробацията на теста

Тестов бал	Ученици		Оценка
	Брой	%	
0-6	2	3,33	Слаб 2
7-12	6	10	Среден 3
13-18	16	26,67	Добър 4
19-24	25	41,67	Мн. добър 5
25-30	11	18,33	Отличен 6

Таблица 2. Резултати за постиженията на учениците

Равнища на постиженията на учениците	Брой на учениците, достигнали съответното равнище	%
Репродуктивно Р <sub>1</sub> (задачи 1, 2, 3)	58	96,67
Продуктивно Р <sub>2</sub> (задачи 4, 5, 6, 7)	44	73,33
Творческо Р <sub>3</sub> (задачи 8, 9, 10)	27	45

**DIDACTIC TEST  
„I B GROUP OF THE PERIODIC TABLE“  
(10<sup>TH</sup> GRADE)**

*Antoaneta Angelacheva*

**Abstract**

In the work are outlined the stages of building and realization of didactic test for diagnostics teaching results in chemistry in 10<sup>th</sup> grade, section I B group. The statistical analysis of research results includes analysis of test problems, analysis of the test as a whole and analysis of students' achievements.

## **ЕДНО ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ ВЪРХУ ИЗУЧАВАНЕ НА МЕТОДИ ЗА ДОКАЗВАНЕ НА НЕРАВЕНСТВА МЕЖДУ ЕЛЕМЕНТИ В ТРИЪГЪЛНИК**

*Евгения Ангелова, Жанета Германова*

Динамичните промени в света изискват промени в образователните системи и тяхното модернизирание, а модернизацията на образованието се свързва с идеята за превръщане на ученика от обект в активен субект на обучението. Цел на образованието е формиране на способности за умствена дейност чрез конкретни научни знания с висока степен на обобщеност, абстрактност и гносеологическа стойност. Тази цел може да бъде постигната чрез подбор на съответно учебно съдържание и подходящи технологии на обучение, които дават възможност да се формира личност, способна самостоятелно да се справя със задачите, предизвикани от промените на живота.

Все по-голяма актуалност придобива въпросът за подготовката на учениците от средното училище за професионална реализация в съвременните условия. Елемент от тази подготовка е овладяването и прилагането на методи за решаване на математически задачи и, в частност, методи за доказване на различни видове неравенства между елементите на триъгълника, прилагайки подходяща методика.

Поставеният за изследване проблем се предопределя и от потребностите на практиката. Така например, задачи от неравенства между елементи в триъгълник се дават и на редица олимпиади по математика.

Знанията и уменията на учениците за същността и приложенията на методите за доказване на неравенства между елементите на триъгълника влияят значително върху тяхното интелектуално развитие, а също и върху осъществяването на учебно-познавателния процес по математика.

За разрешаване на поставения по-горе проблем разработихме технологичен модел за обучение на учениците по посочената тема в два варианта. Акцент поставяме на вариант А, по който бяха обучавани учениците от 11 и 12 клас в извънкласна форма на работа и чрез който се допринесе за повишаване степента на усвояване на специфични методи за доказване на неравенства между елементи в триъгълника и формиране на умения и навици за тяхното прилагане.

В съдържанието на този вариант на обучение включваме определена теория по разглежданите теми и се поставя акцент на методи за доказване на неравенства между елементи на триъгълника ([2], [3], [6] и др.). Във връзка с провеждането на експерименталното изследване бяха определени следните теми и тяхното учебно съдържание за обучение на учениците.

Тема А1. Синтетичен метод за доказване на неравенства в триъгълника

Тема А2. Аналитични методи за доказване на неравенства в триъгълника (несъвършен анализ и възходящ анализ). Неравенство на Коши

Тема А3. Неравенства между средни величини. Приложение

Тема А4. Неравенството

$$\frac{a_1^k + a_2^k \dots + a_n^k}{n} \geq \left( \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \right)^k, k, n \in N (a_i > 0, i = \overline{1, k})$$

Тема А5. Неравенство на Йенсен.

Тема А6. Неравенство на Коши-Буняковски

Тема А7. Комбинирано прилагане на общологически методи и забележителни неравенства за доказване на неравенства в триъгълника.

За осъществяването на тази учебна програма бяха разработени единадесет системи от задачи, за решаването на които се изисква приложение на общологически методи и нововъведените теоретични знания, заложи в темите по горната програма. Тези системи от задачи и съответните методи за решаването им се реализираха в 11 на брой занятия. Последователността на системите от задачи е следната:

Система 1. Основни равенства и неравенства от училищния курс по математика.

Система 2. Задачи за усвояване на синтетичния метод чрез прилагане на неравенството на Коши.

Система 3. Задачи, свързани с усвояване на връзката между средно аритметично, средно хармонично, средно геометрично, средно квадратично.

Система 4. Задачи, свързани с използване на неравенството

$$\frac{a_1^k + a_2^k \dots + a_n^k}{n} \geq \left( \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \right)^k, k, n \in N (a_i > 0, i = \overline{1, k})$$

Система 5. Задачи, свързани с усвояване на неравенството на Йенсен.

Система 6. Задачи, свързани с усвояване на неравенството на Коши-Буняковски

$$a_1.b_1 + a_2.b_2 + \dots + a_n.b_n \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2}.$$

Система 7. Задачи, свързани с усвояване на синтетичния метод и комбинирано прилагане на знанията от предходните системи.

Система 8. Задачи, свързани с усвояване на синтетичния метод и неравенството на Коши-Буняковски в комбинация със знанията, придобити от предходните системи.

Система 9. Задачи, свързани с комбинирано прилагане на ОЛМ и забележителни неравенства при доказване на неравенства между метрични елементи в триъгълника.

Система 10. Задачи, свързани с комбинирано прилагане на ОЛМ и забележителни неравенства и задачи за намиране на екстремални стойности на изрази, съдържащи елементи в триъгълника.

Система 11. Задачи, свързани с комбинирано прилагане на ОЛМ и забележителни неравенства при доказване на неравенства, изразяващи зависимости между метрични и неметрични елементи в триъгълника.

Първите шест системи са свързани предимно с усвояването на забележителните неравенства и методите за доказване на неравенства. Задачите във всяка от системите №№ 2 – 11 са подредени по нарастваща сложност, като сме имали предвид и обвързаността помежду им, т.е. предходна задача да може да се използва и като задача-компонента при доказване на следващи задачи от системите. Освен това, при подбора и съставянето на задачите сме включвали и такива, които могат да бъдат решени по различни начини, т.е. чрез използване на различни знания, придобити от учениците в процеса на обучението им. Стремили сме се да има и задачи, при решаването на които да се използват и различни общологически методи.

Така разработените учебна програма и система от задачи, представяща учебното съдържание по темата, е предвидено да се усвои от учениците в извънкласните форми на работа в 11 и 12 клас. В този контекст, чрез дидактически експеримент изследваме ефективността на учебната дейност на учениците в зависимост от различни условия и фактори, за да се установи „онази комбинация между тях, при която се постигат възможно най-добри резултати“ [1, с. 74]. Дидактическият експеримент провеждаме за изследване влиянието на разработения технологичен модел върху качеството и трайността на знанията, ефективността на методиката на обучение. За осъществяване на экс-

перимента се спираме на дидактическият тест като средство, метод за проверка и оценка на постиженията на обучаемите при усвояване на определеното учебно съдържание. Чрез него се цели да се провери „доколко обучаемите са постигнали поставените цели и задачи на методическата система по отношение на усвояването на необходимите знания и умения“ [1, с. 445].

Педагогическото изследване е осъществено в четиригодишен период (2006–2010) и включва следните етапи:

I етап (2006/2007 учебна година) – свързан е с организацията, планирането и подготовката на изследването. В резултат на проучване на редица литературни източници, са направени предварителни анализи, осъществени са наблюдения на педагогическата практика, разговори с учители по математика и специалисти по методика на обучението. Въз основа на проучванията е оформена концепцията на изследването.

II етап (2007/2008 учебна година) – извършена е подготовка за осъществяване на дидактически експеримент: разработени са два варианта от технологичния модел за обучение на учениците; съставени са тестови задачи за установяване на наличните знания и умения на учениците преди провеждане на обучаващия експеримент; определени са училищата, в които да се проведе експериментът (ПГСАГ – Стара Загора, ТГ – Стара Загора, ПГЕЕ – гр. Гълъбово и СОУ – гр. Гълъбово).

III етап (2008 – 2010) – в началото на учебната 2008/9 година се проведе Тест № 1 за установяване равнището на подготовката на учениците преди провеждане на педагогическия експеримент (входен тест). Сформираха се две групи от по 20 ученика: Група 1: ТГ – Стара Загора и СОУ – гр. Гълъбово; Група 2: ПГСАГ – Стара Загора и ПГЕЕ – гр. Гълъбово. Статистическият анализ на Тест 1 показва, че резултатите на учениците от двете групи са равностойни, т. е. имат приблизително равни възможности по математика. Това ни даде основание да проведем експеримента с тези групи, като обучението в Група 2, наречена експериментална (ЕГ), се проведе по технологичен вариант А, а обучението в Група 1, контролна (КГ), – по технологичен вариант Б. Обучението бе реализирано през периода 2008/2009 (в 11 клас) и 2009/2010 (в 12 клас).

Обучението по вариант А (ЕГ) се характеризира с това, че при него се изучава определена теория по темата „Неравенства в триъгълника“ и се поставя акцент на методи за доказване на неравенства между елементи в триъгълника. При обучението по този вариант се

използва евристичната беседа, обяснението и значителна по обем самостоятелна работа.

Обучението по вариант Б (КГ) се осъществява по традиционния за училищния курс по математика начин, т.е. не се дават теоретични доказателства на разглежданите основни неравенства, а последните се приемат наготово и не се изяснява специално същността и структурата на използваните общологически методи. В организацията на обучението по Вариант Б преобладават беседата, обяснението, илюстрацията и частична самостоятелната работа, т.е. тук е налице работа по образец и реконструктивно-вариативна дейност.

Отчитането и обработването на резултатите от обучението на учениците по двата варианта реализирахме чрез прилагане на информационни технологии и елементи от математическата статистика.

### **Анализ на резултатите от Тест 1**

През 2008/2009 учебна година бе проведен Тест 1 за отчитане на входното ниво на учениците, включени в експерименталното изследване. При провеждането на експеримента са съблюдавани следните условия:

а) постиженията на учениците се отчитат за два учебни часа, т.е. спазва се условието за еднаквост на времето;

б) максималния брой точки при Тест 1 е 20. Оценката се изчислява по формулата:  $K = 2 + 0,2 \cdot n$ , където  $n$  е броят на получените точки. Оценяването на решенията на задачите от Тест 1, дадени от учениците, се извършва съгласно следните критерии:

1. При вярно, пълно и обосновано решение чрез използване на определен метод или комбинация от методи (непосредствена проверка, синтез, възходящ или несъвършен анализ, метод на еквивалентност и др.) – по 5 точки за всяка задача.
2. При използване на несъвършен анализ, без наличие на съответен синтез – по 1 точка.
3. Ако е допусната техническа грешка, но идеята на приложение на съответния метод е правилна, резултатът се намалява с 0,5 т.

в) води се протокол на изследването, като срещу името на всеки ученик се отбелязват брой точки, получени въз основа на даденото решение на всяка задача, общият брой точки, оценките и допуснатите грешки.

Резултатите, получени от учениците на всяка една от задачите от Тест 1, са отчитани персонално, но за по-голяма прегледност, дан-

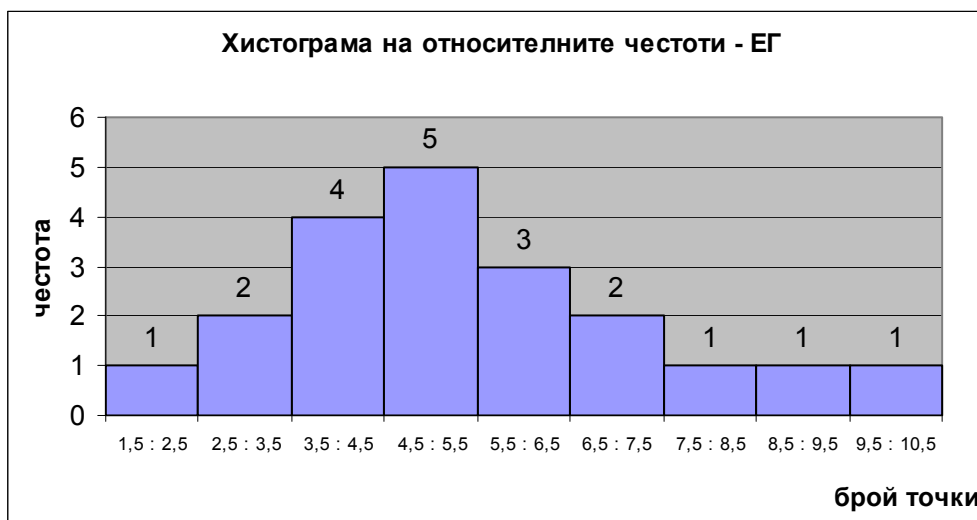
ните са отразени в обобщен вид – общият брой точки от теста на всеки ученик от двете групи (ЕГ и КГ) и пресметнатата по посочената формула оценка (виж Приложение 1).

На базата на данните от таблицата в Приложение 1 изработваме нова таблица – **таблица на честотите** (еднакво срещаш се брой точки заменяме с броя на тяхното появяване). За целта използваме вградената функция на приложението Excel – Frequency (Таблица 1).

**Таблица 1**

Таблица на честотите – Тест 1												
брой точки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ЕГ	0	0	1	2	4	5	3	2	1	1	1	0
КГ	0	1	1	1	2	3	5	3	2	1	1	0

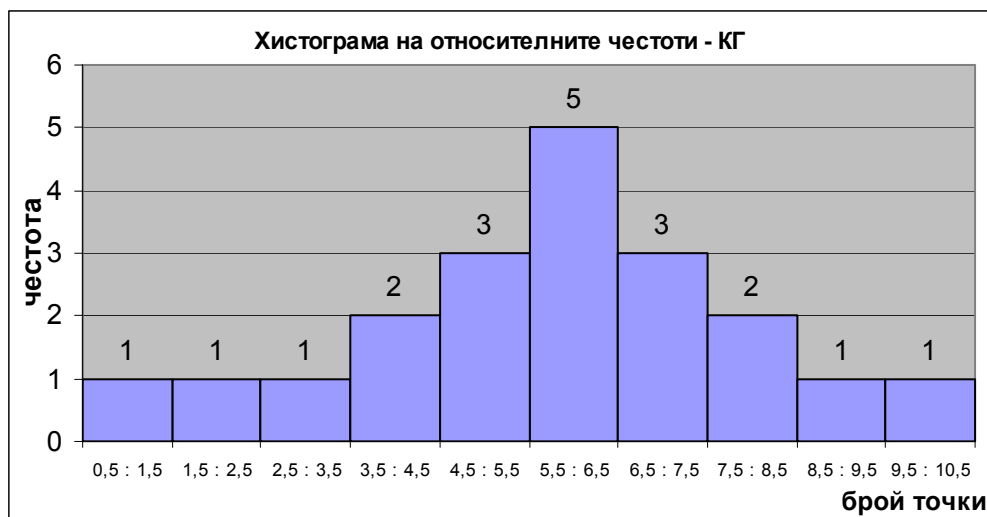
Един поглед върху данните показва, че най-ниското измерване за ЕГ е 2 точки, а за КГ – 1 точка; съответно най-високото измерване и за двете групи е 10 точки. От построената хистограма за ЕГ с дължина на интервалите – единица, правим следните заключения (Фиг. 1): най-много стойности има в интервала (3,5 : 6,5), т. е. най-много ученици имат резултат 4, 5 и 6 точки при този тест; формата на хистограмата напомня на тип „камбана“ – има известно „струпване“ на стойности (брой точки) в интервала (4,5 : 5,5), но то е естествено на този етап от подготовката на учениците.



**Фиг. 1**

За хистограмата на относителните честоти за резултатите на учениците от КГ могат да се направят подобни заключения, като има съвсем леко изместване надясно (Фиг. 2), което се вижда и от Таблица 1: средният успех на обучаемите от КГ е 3.15, а на тези от ЕГ – 3.08.





Фиг. 2

Ако пресметнем натрупаните нарастващи честоти за резултатите на учениците от двете групи (Таблица 2) и представим графично с линейна диаграма, можем да направим следният извод: и двете графики имат едно и също поведение, т.е. знанията на учениците за основните методи за доказване на различни видове неравенства между елементите на триъгълника, отчетени чрез Тест 1, са приблизително еднакви (например, резултат до 6 точки включително имат 15 ученика от ЕГ и 13 ученика КГ от проведения тест за входно ниво) (Фиг. 3).

Таблица 2

Натрупани нарастващи честоти										
брой наблюдения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ЕГ	0	1	3	7	12	15	17	18	19	20
КГ	1	2	3	5	8	13	16	18	19	20

Извършен бе и допълнителен анализ, свързан с проверка на хипотези за статистическа значимост на различията между параметри на двете групи (двете с обем 20), за сравняване на средния успех, в характерната за тях последователност [1, с. 218–231].



Фиг. 3

### Проверка за нормално разпределение на съвкупностите

Необходимо е да се провери дали има нормално разпределение на съвкупностите на двете групи: ЕГ и КГ ( $n < 30$ ), за да се избере правилна статистическа процедура за проверка на хипотези. Използвайки факта, че коефициентите на асиметрия и ексцес на нормално разпределена съвкупност имат стойност нула [4, с. 93-94], прилагаме емпиричния критерий за нормалност. Използваме пресметнатите извадкови коефициенти на асиметрия ( $Sk^*$ ) и ексцес ( $Ku^*$ ) чрез вградените в Excel функции (Таблица 3):

Таблица 3

	КГ	ЕГ
Максимален брой точки	20	20
Средно аритметично	5,75	5,40
Дисперсия	5,039	4,147
Станд.отклонение $s$	2,245	2,037
Коеф.на асиметрия $Sk$	-0,273	0,638
Коеф.на ексцес $Ku$	0,102	0,200

Ако едновременно се удовлетворяват двете неравенства:

$$|Sk^*| \leq 3\sqrt{D(Sk^*)} \text{ и } |Ku^*| \leq 5\sqrt{D(Ku^*)},$$

$$\text{където } D(Sk) = \frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}; \quad D(Ku) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)},$$

за стойностите по посочения критерий можем да приемем, че съответните извадки са от нормално (или приблизително нормално) разпределени съвкупности. За резултатите от Тест 1 за  $3\sqrt{D(Sk^*)}$  получаваме 1,4575, а за  $5\sqrt{D(Ku^*)}$  имаме 3,8054; т. е. считаме, че извадките (двете групи) са от нормално разпределена генерална съвкупност и останалите хипотези могат да се проверяват чрез параметрични методи.

### Проверка за еднаквост или различие на дисперсиите на двете групи

Изследването е обективно, ако стойностите на основните параметри на съвкупностите, от които са извадките за двете групи, са статистически неразличими. Дисперсията е мярка за разсейването на баловете около средната стойност: колкото по-малка е стойността на извадковата дисперсия, толкова по-съсредоточени са баловете на тестваните лица около пресметнатата средна стойност [5, с. 28]. За целта направихме проверка на хипотезите за установяване еднаквост или

различие на дисперсиите на двете групи, за да използваме за база при избор на статистиката:

- неизвестни и равни дисперсии на двете съвкупности;
- неизвестни и неравни дисперсии на двете съвкупности.

След пресмятане на точковите оценки за дисперсиите получаваме:  $s_1^2 > s_2^2$  (индекс 1 – Група 1; индекс 2 – Група 2); т. е. двойката хипотези за релациите между дисперсиите на съответните съвкупности е от вида:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2.$$

Подходяща е F-статистиката, тъй като хипотезите са за дисперсиите за две съвкупности [4, с. 107]. Данните от пресметнатите стойности за  $F_{крит}$  и  $F_{набл}$  за двете съвкупности представяме в Таблица 4. Пресмятанията извършваме с процедурата в Excel F-Test Two-Sample for Variances [4, с. 114]:

**Таблица 4**

Групи	Група 1 (КГ)	Група 2 (ЕГ)
$s$	2,245	2,037
$\sigma^2$	5,039	4,147
$F_{крит}$	2,168	
$F_{набл}$	1,215	

За двете групи е изпълнено:  $F_{набл} < F_{крит}$ ; т. е.  $F_{набл}$  е извън критичната област [4, с. 108] и няма основание за отхвърляне на основната хипотеза  $H_0$ , т. е. няма различие в разпределението на сформираниите ЕГ и КГ групи с ниво на доверие 5% (за педагогическите изследвания се приема като достатъчна вероятност за грешка от 5% на заключението [1, с. 229]). В този случай се прилага процедурата за сравняване на две математически очаквания при неизвестни, но равни дисперсии на съвкупностите.

#### **Проверка на математическите очаквания**

За сравняване на средния успех в двете групи (дали има приблизително еднакви стойности) се използва хипотеза за параметър  $m$ , за това двойката хипотези за математическите очаквания за двете съвкупности, които трябва да се проверят, са от вида:

$H_0: m_1^2 = m_2^2$  (средният успех на учениците от двете групи от Тест 1 са статистически неразличими стойности);

$H_1: m_1^2 \neq m_2^2$  (средният успех на учениците от двете групи от Тест 1 са статистически различни стойности);

В случая подходяща за прилагане е T-статистиката. Пресмятанята извършваме с процедурата в Excel t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances [4, с. 117], при което получаваме за  $t_{набл}$  и  $t_{крит}$  стойностите от Таблица 5.

За двете съвкупности е изпълнено  $|t_{набл}| < t_{крит}$ , т. е.  $t_{набл}$  е извън критичната област (хипотезите са за  $m$  и в контра-хипотезата се съдържа знак  $\neq$ , според което критичната област е двустранна) и няма основание за отхвърляне на основната хипотеза  $H_0$  с ниво на доверие 5%. Това показва, че двете групи тествани лица имат сравнително еднакви резултати от Тест 1 (входно ниво).

**Таблица 5**

Групи	Група 1 (КГ)	Група 2 (ЕГ)
$t_{крит}$	2,0244	
$t_{набл}$	0,5164	

Получените резултати ни дадоха основание да продължим педагогическото изследване с тези две групи ученици и да проведем обучението по описаните технологични варианти.

### **Анализ на резултатите от Тест 2**

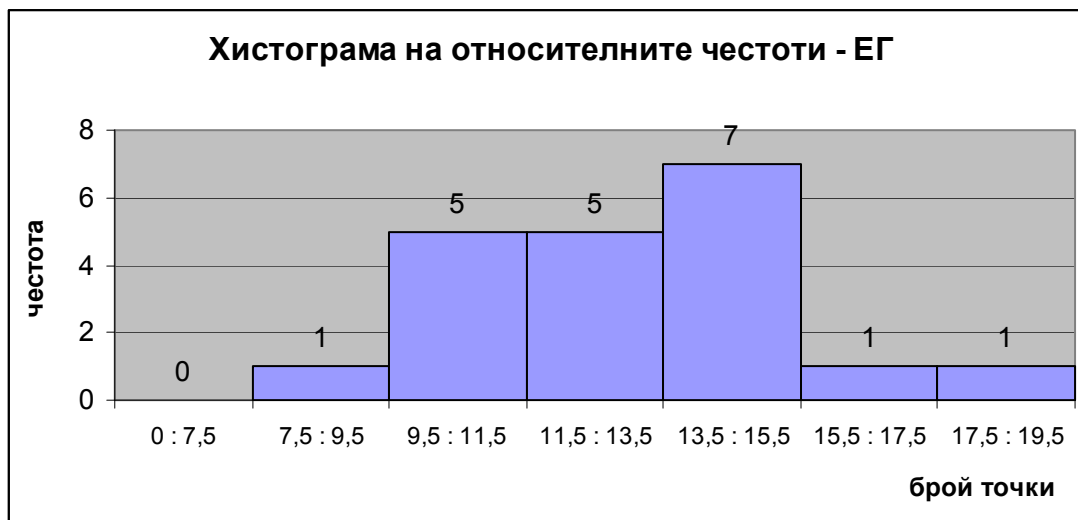
След проведеното обучение през периода 2008-2010 година с двете групи (Група 2 – ЕГ и Група 1 – КГ)) съответно по вариант А и вариант Б на обучение, отново проверихме техните знания и умения по прилагане на общологическите методи и съответното математическо съдържание по темата „Неравенства между елементи в триъгълник“ с провеждане на нов тест, Тест 2, обобщените резултати от който са представени в Таблица 6. В тази таблица са дадени честотите на всяко едно измерване – полученият общ брой точки от всеки ученик.

**Таблица 6**

Таблица на честотите – Тест 2																				
брой точки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
ЕГ	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	3	0	5	4	3	0	1	0	1
КГ	1	0	1	0	1	0	2	3	0	5	0	3	2	1	0	1	0	0	0	0

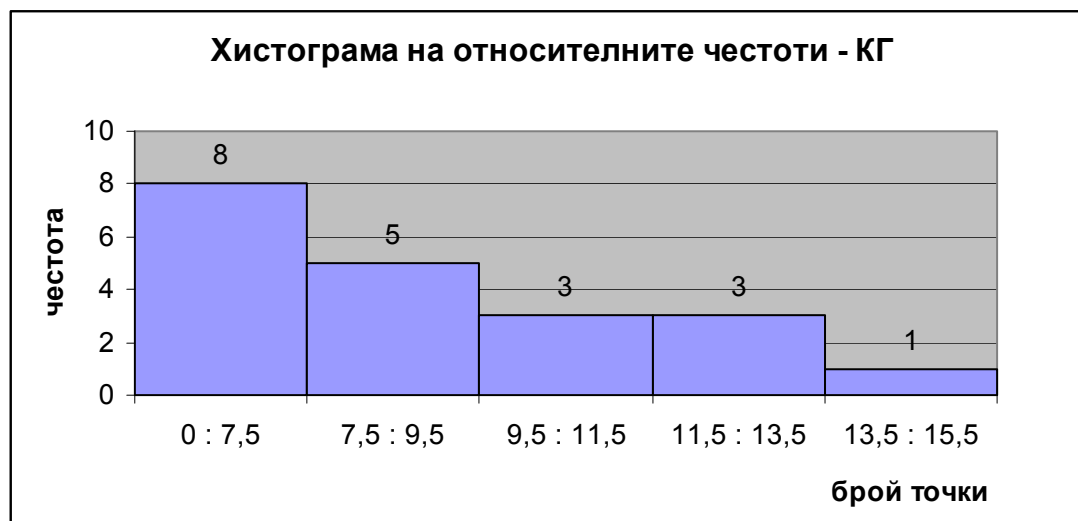
От построените хистограми (Фиг. 4 и Фиг. 5) на базата на таблицата на честотите ясно се открояват различията в резултатите при ЕГ след проведеното обучение по вариант А (под 10 точки има само

един резултат в ЕГ, докато в КГ повече от половината резултати, точно 13 резултата, са в граници до 10 точки). Тук съзнателно първият интервал има различна от останалите дължина, тъй като в ЕГ няма измерване под 8 точки.



Фиг. 4

Пресмятаме натрупаните нарастващи честоти (Таблица 7). Представяме графично с линейна диаграма; изводът е следният: 12 точки имат не повече от 11 ученика от ЕГ (останалите ученици имат над 12 точки), докато този резултат имат 19 ученика от КГ от Тест 2 след проведеното обучение по двата варианта (Фиг. 6).



Фиг. 5

Таблица 7

Натрупани нарастващи честоти – Тест 2							
интервали	0:7,5	7,5:9,5	9,5:11,5	11,5:13,5	13,5:15,5	15,5:17,5	17,5:19,5
ЕГ	0	1	6	11	18	19	20
КГ	8	13	16	19	20	20	20



Фиг. 6

Представяме стойностите на основните статистически величини в Таблица 8.

Таблица 8

Групи	ЕГ	КГ
Асиметрия $Sk^*$	0,178	-0,555
Ексцес $Ku^*$	0,615	0,298
$s$	2,540	3,706
$\sigma^2$	13,734	6,450
$F_{\text{крит}}$	2,168	
$F_{\text{набл}}$	2,129	
$t_{\text{крит}}$	2,0244	
$t_{\text{набл}}$	-4,6785	

Стойностите за асиметрия и ексцес удовлетворяват едновременно неравенствата:

$|sk^*| \leq 3\sqrt{D(sk^*)}$  и  $|ku^*| \leq 5\sqrt{D(ku^*)}$ , поради което приемаме, че съответните извадки са от нормално разпределени съвкупности (при малки по обем извадки –  $n < 30$ ).

От точковите оценки за дисперсиите имаме:  $s_1^2 > s_2^2$ ; двойката хипотези за релациите между дисперсиите на съответните съвкупности е от вида:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2.$$

Тук отново е подходяща F-статистиката и е удовлетворено:  $F_{\text{набл}} < F_{\text{крит}}$  (Таблица 9); т. е. прилага се процедурата за сравняване на две математически очаквания при неизвестни, но равни дисперсии на съвкупностите. За сравняване на средния успех в двете групи хипотезата е за параметър  $t$  и двойката хипотези за математическите очаквания за двете съвкупности, които трябва да се проверят, са от вида:

$H_0: m_1^2 = m_2^2$  (средният успех на учениците от ЕГ и КГ от Тест 2 са статистически неразличими стойности);

$H_1: m_1^2 \neq m_2^2$  (средният успех на учениците от ЕГ и КГ от Тест 2 са статистически различими стойности).

Прилагайки Т-статистиката (подходяща за параметър  $m$  за 2 съвкупности), имаме:  $|t_{набл}| > t_{крит}$ , т. е.  $t_{набл}$  попада в критичната област (двустранина – хипотезите са за  $m$  и в  $H_1$  се съдържа  $\neq$ ) и основната хипотеза  $H_0$  се отхвърля срещу  $H_1: m_1^2 \neq m_2^2$  с ниво на доверие 5%. Направеният статистически анализ потвърждава твърдението на контрахипотезата, т. е. средният успех на двете групи (ЕГ и КГ) се различава; по-висок е средният успех на ЕГ, което се вижда и от таблицата в Приложение 1.

Въз основа на извършения количествен и качествен анализ на резултатите от изследването може да се твърди, че в контекста на работената система от занятия и обучаващ модел за овладяване на знанията хипотезата на изследването е потвърдена, а неговите цели са изпълнени. Така организираното обучение на учениците от експерименталната група способства за формиране у тях на умения относно целенасочено прилагане на общологическите методи и съответните нови теоретични знания за решаване на задачи от доказване на неравенства между елементи в триъгълник.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бижков, Г., В. Краевски. Методология и методи на педагогическите изследвания, С.: УИ „Св. Климент Охридски“, 2007.
2. Германов, Г., Ж. Германова, В. Милушев, Тъждества и неравенства между елементи на триъгълника, Пловдив: Изд. „Бойкинг“, 2005, 183 с.
3. Методи за решаване на задачи (от училищния курс по математика). Част I, Под научната редакция на доц. д-р В. Б. Милушев. Пловдив: Изд. „Макрос“, 2001, 227 с.
4. Нончева, В., М. Дилчева, В. Кинова. Ръководство по теория на вероятностите и статистика, Пловдив: ПУИ „Паисий Хилендарски“, 2003, 198 с.
5. Колев, Н. Приложна статистика 1, София, „Стопанство“, УИ, 1993.
6. Портев, Л., Н. Николов. Методика на обучението по математика, Пловдив, 1987, 340 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Резултати от Тест 1 и Тест 2								
	Тест 1				Тест 2			
	КГ		ЕК		КГ		ЕГ	
	т.	Оц.	т.	Оц.	т.	Оц.	т.	Оц.
1	6	3,20	5	3,00	6	3,20	13	4,60
2	4	2,80	2	2,40	7	3,40	19	5,80
3	5	3,00	4	2,80	4	2,80	11	4,20
4	4	2,80	3	2,60	2	2,40	15	5,00
5	6	3,20	4	2,80	9	3,80	10	4,00
6	2	2,40	7	3,40	13	4,60	11	4,20
7	10	4,00	6	3,20	9	3,80	15	5,00
8	6	3,20	8	3,60	9	3,80	13	4,60
9	8	3,60	4	2,80	12	4,40	17	5,40
10	7	3,40	4	2,80	11	4,20	11	4,20
11	7	3,40	5	3,00	7	3,40	13	4,60
12	5	3,00	6	3,20	9	3,80	14	4,80
13	1	2,20	9	3,80	12	4,40	13	4,60
14	6	3,20	6	3,20	9	3,80	14	4,80
15	7	3,40	7	3,40	11	4,20	15	5,00
16	8	3,60	10	4,00	11	4,20	14	4,80
17	5	3,00	3	2,60	6	3,20	10	4,00
18	6	3,20	5	3,00	7	3,40	14	4,80
19	9	3,80	5	3,00	0	2,00	8	3,60
20	3	2,60	5	3,00	15	5,00	13	4,60
Среден успех		3,15		3,08		3,69		4,63



**AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE TEACHING  
OF METHODS FOR PROVING INEQUALITIES BETWEEN  
ELEMENTS IN A TRIANGLE**

*Evgeniya Angelova, Zhaneta Germanova*

**Abstract**

This paper describes a teaching experiment based on procedural model designed by the authors to teach students methods for proving inequalities between elements in a triangle.

By using Information Technology and elements of mathematical statistics, the outcomes of the experiment are presented in detail and relevant conclusions are made.



## ПРОВОКИРАНЕ ИНТЕРЕСА НА УЧЕНИЦИТЕ ПРИ ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

*Румяна Маврова, Петя Сярова*

„Ученикът не е съд, който  
трябва да се напълни, а факел,  
който е нужно да се запали.“

Плутарх

Динамиката на света, в който живеем, налага по-различно отношение към начина, по който се поднася учебния материал. Младите хора са изкушени от новите технологии повече от всички други. Завладени са от възможностите за информация и комуникация, която предлага Интернет. Това вече е необходимост, без която времето, в което живеем, е немислимо, но учениците като че ли живеят не с него, а чрез него. Новите потребности налагат гъвкавост в преподаването, която, за съжаление, някои продължават да смятат за много консервативна. Важно е учениците да получават не само знания по отделните учебни предмети, а да съумяват да откриват връзки между различни сфери на познанието. Това изгражда не само широка обща култура, която е определяща в развитието на личността, но и нов, различен поглед към съществуващото, нов начин на мислене, на откриване и вникване в проблемите, в тяхната същност и тяхното осмисляне. Това отключва творческите възможности, критическото и проектно мислене, активното, субектно отношение към протичащите процеси.

Формирането на учещите се като творчески личности, активизирането им в учебната работа налагат обучението да се превърне в активно-творчески процес, който осигурява все по-голяма възможност за повишаване на тяхната самостоятелност и съзнателност в познавателната дейност. Решението може да се търси в интердисциплинарния подход и интерактивните методи на обучение.

Повишаване качеството на подготовката на учениците в средното училище поставя на преден план проблема не само за усъвършенстване на учебното съдържание, а и за овладяване от тях на методите на познание, на умения и навици за самообразование. Формирането и развитието на изследователски умения и развитието на творческите

способности на учениците е важна задача в обучението на младите хора. Тази задача придобива особена актуалност сега, когато се извършва образователна реформа в българското училище. Всичко това не би могло да се осъществи, ако учителят не създава такава атмосфера, в която ученикът да може да се обучава и възпитава, да се формират неговите интереси, активност, творчески подход към дейностите. Именно в училището ученикът трябва да се научи да се стреми към постоянно попълване на своите знания чрез самообразование; да разширява своя кръгзор с цел да бъде не само добър изпълнител на производствените задачи, но и да усъвършенства своята дейност с превръщането ѝ в творческа. Естествено за всичко това може да спомогне пораждането на интерес у учениците към обучението, респективно към обучението по математика.

Проблемът за интереса не е нов. Той датира още от трудовете на Ян Коменски [9], където той изисква обучението да бъде интересно. Понятието интерес за пръв път се ползва през XVIII век и то във философски смисъл. Широко разпространение в педагогиката това понятие намира през XIX в. Редица автори [14], [1], [12] и др. посвещават свои научни трудове на проблема за интереса в обучението. Този проблем продължава да интересува съвременните учени и мислители [6], [4], [5].

Оттук идва и теоретичното разнообразие на трактовките. Например, Й. Ф. Хербарт приема интереса за дидактически принцип и обосновава голямото му значение в основата на обучението и в живота на човека. Според [2, 9] „... дидактически по-издържано е интересът към съдържанието на учебната дейност да се разглежда като процес, който съпътства и се определя от съблюдаването на принципите на обучението. Той не е дидактически принцип, но това не омаловажава значението му за резултатното протичане на този процес“. Представителите на емоционалното направление отъждествяват интереса с чувствата, без да отчитат най-същественото – наличието на познавателен мотив, без който преживяването няма нищо общо с него. Под влияние на това направление понятието „интерес“ понякога се отъждествява със забавното, занимателното обучение. „Интересът е иманентна характеристика на познавателния процес, насочен към опознаване същността на предметите и явленията, а занимателността е свързана с външната привлекателност, със сензационното, с ефективността, която носи белезите на несъщественост“ [2; 11].

През XX век едностранно направление е волунтаристичното, което идентифицира интереса с волевите прояви. В средата на XX в. са

правени опити от редица автори за преодоляване на едностранчивостта на трактовките за интереса.

Настоящата разработка няма за цел да изясни всички разнообразни виждания на различните автори. Ще се спрем на някои водещи изследователи, чиито публикации са свързани с интереса и преди всичко с познавателния интерес.

Още през първата половина на XX век психологът А. Н. Леонтиев [11] пише: „Интересът към проблема, осъзнаването и приемането му, желанието да се включат в решаването му – ето необходимото условие за плодотворна мисловна дейност на учащите се.”

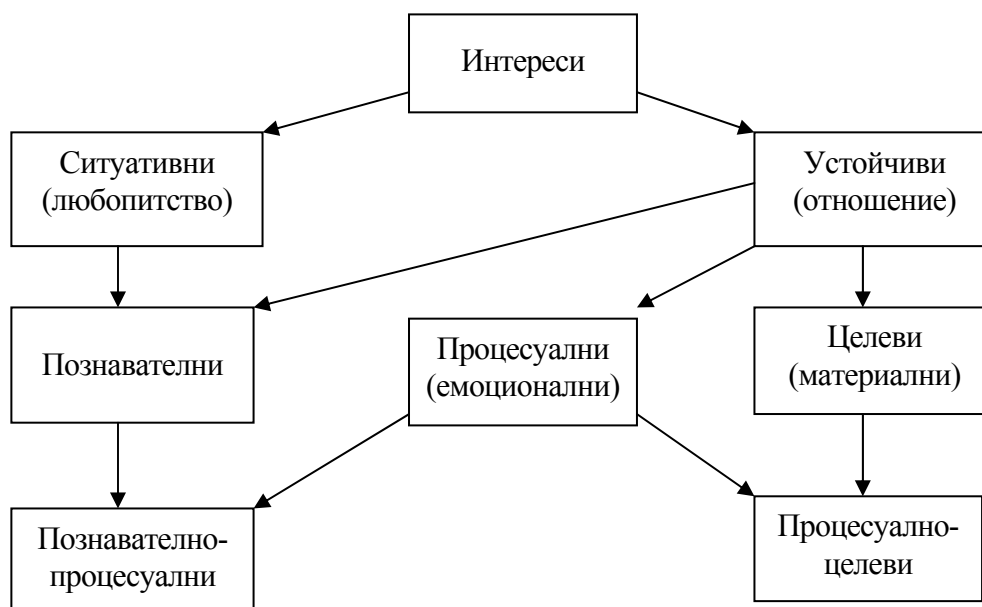
Интересът е сложно психическо явление, обхващащо съзнанието, волята и чувствата. Той се развива и обогатява чрез активна дейност, в която се формира съдържанието на самите интереси. Според Рубинщайн интересът е такова съсредоточаване на мислите и помислите върху определен предмет или процес, което предизвиква стремеж да се опознае по-отблизо предмета, процеса, да се проникне в него. Интересът е осъзната потребност. Потребностите, пише той, се изразяват в дефицит на нещо, нужда, а интерес – това е избирателност на предмети, явления от обкръжаващия ни свят. Неудовлетворената потребност създава у човека състояние на безпокойство (емоции с отрицателен знак), неудовлетвореният интерес ражда активно търсене на средства, за да бъде удовлетворен. В изследванията на С. Л. Рубинщайн и Н. А. Менчинска е установено, че основен източник на познавателен интерес се явява процесът на съсредоточеност, задълбочена дейност, насочени към решаване на познавателни задачи.

Един от популярните изследователи на интереса е Г. И. Щукина [15], [14], [1]. Анализирайки различни източници, тя [9; 12] характеризира познавателния интерес като сложно отношение на ученика към предметите и явленията от околната действителност и посочва, че под негово влияние дейността става продуктивна. Тя не отъждествява интереса с потребностите.

В психологическата литература е широко разпространено мнението, че интересите и потребностите са най-важните стимули на човешката дейност. Според Г. И. Щукина [1; 7] „познавателният интерес – това е особена избирателна насоченост на личността към процеса на познание, нейният избирателен характер е изразен в тази или онази предметна област от знания. В тази област човек се стреми да проникне, за да изучи, да овладее нейната ценност, ..., познавателният интерес ражда благоприятно, положително отношение към дадена об-

ласт на познание и също създава благоприятна среда и за морални, и за естетически проявления на ученика“ [1; 8].

Е. П. Илин [8, с. 165–174] обръща специално внимание на интереса, наречен от него феномен. Той се спира на мнението на И. Кант, че интересът е присъщ само на човека, а не на животните. Той отбелязва, че философи и социолози подчертават различието между потребност и интерес, а именно потребностите се разглеждат като непосредствено отношение към предмета за потребление, а интересът – това е опосредствено отношение към него. Освен това той обръща внимание на многообразните възгледи за интереса. В своя труд [8] той анализира още схващанията на А. С. Виготски, Б. И. Додонов, А. Г. Ковалев и др. В резултат на анализиранията литература в [8, 173] нагледно са представени видовете интереси (фиг. 1).



Фиг. 1

Без да навлизаме в подробности по различните становища, ще посочим, че в наше време Б. В. Гнеденко [4; 5] посочва „... загубата на интерес към обучението на някакъв етап ражда безразличие и апатия, безразличието ражда леност, а леността – безделие и загуба на способностите“.

В периода между 12-та и 15-та годишна възраст (5–8 клас) познавателните интереси стават по-многогранни. За учениците между 15 и 18 години (9–12 клас) познавателните интереси на повечето от тях се съсредоточават в една учебна дисциплина или определена предметна област.

С оглед на поставената от нас цел на изследването и в резултат от анализа на учебното съдържание по математика, считаме, че про-

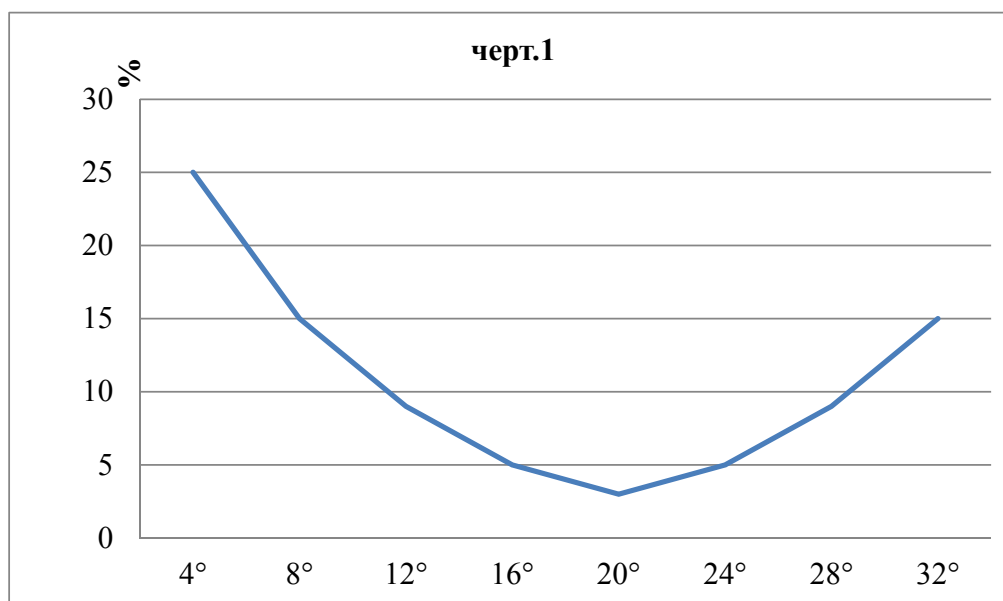
вокиране и възникване на интерес към математическите знания може да се постигне чрез прилагане на различни начини и средства в процеса на обучението, на някои от които ще обърнем по-специално внимание и които могат да се обогатяват.

### **I. Разглеждане ролята на математиката в ежедневието и практиката**

Известно е, че съзнателното усвояване на знанията започва с проява на интерес към тях. Учителят успешно ще постигне поставените цели, ако привлече и ангажира напълно вниманието на всички учащи се, а след това съумее да го задържи и по време на урока. Опитът и практиката ни показват, че голям интерес у учащите се предизвикват тези уроци, на които учителят разкрива практическата и теоретическа значимост на изучавания материал.

По-долу ще представим някои примери за илюстрация.

1. При изучаване на понятието функция и графика на функция може да се разгледа следната графика (черт. 1).



По абсцисата са нанесени температурата в градуси, а по ординатата – числа, показващи автопроизшествията в проценти.

Графиката показва влиянието на температурата в кабината на автомобила върху бодростта на шофьора и настъпването на умората [11; 45]. Установено е, че прекомерното затопляне в кабината на автомобила води до отпускане на организма, забавяне на действията и опасност от заспиване. При ниски температури мисловната дейност

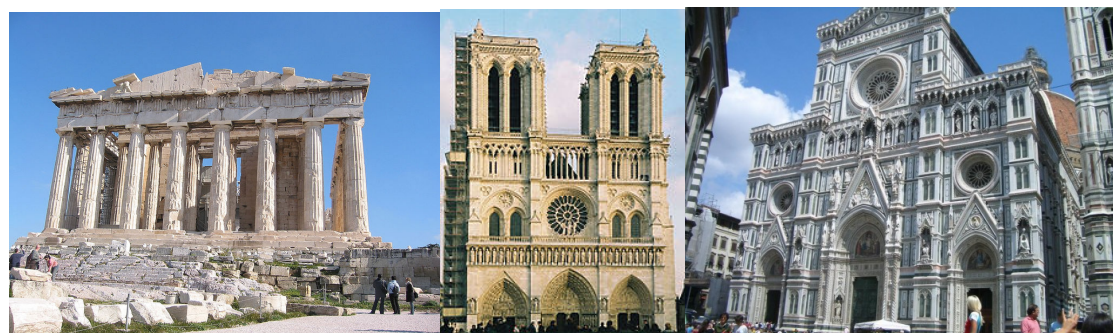
протича бързо, но се забавя дейността на крайниците. Както показва графиката, най-благоприятна температура в кабината на автомобила е стайната  $18^{\circ}$ – $20^{\circ}$ .

2. При изучаване на темата „Симетрия относно права“ може, използвайки мултимедия, да се покажат орнаменти от различни геометрични фигури, разположени симетрично относно ос; изработване на килими (фиг. 2), фасади на сгради (фиг. 3) и т. н.



Фиг. 2

Фасадата на древногръцкия храм Партенон, Парижката света Богородица, Санта Мария дел фиоре във Флоренция и др. примери от живота (фиг. 3) са подходящи за разглежданата тема.

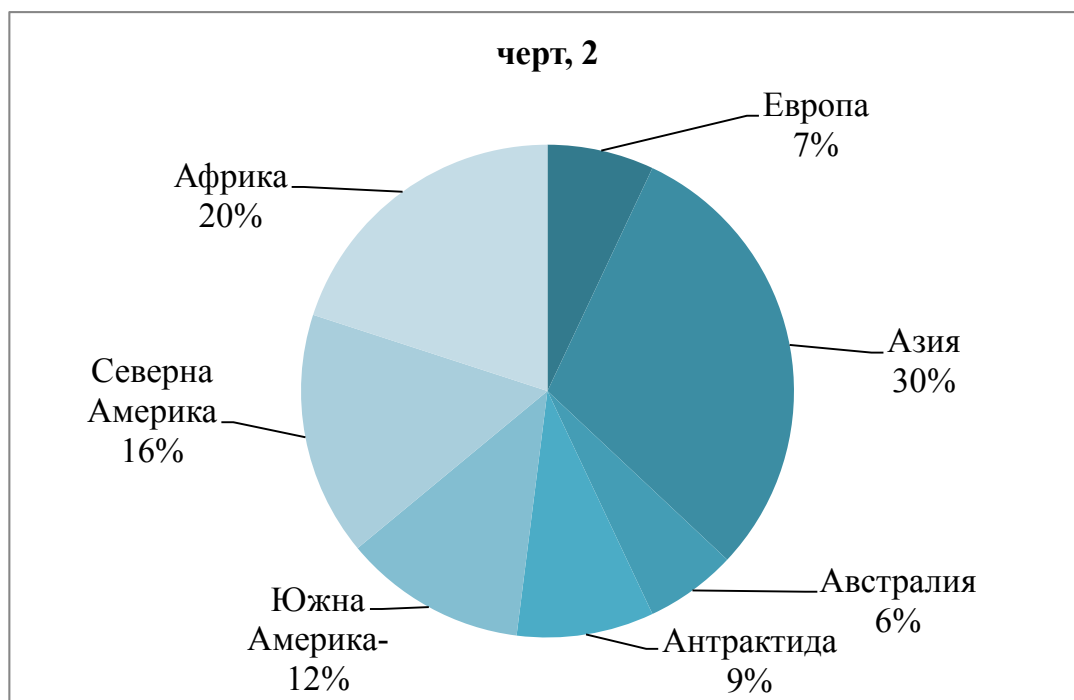


Фиг. 3



За целта учителят може да започне с обяснението, че прекрасните орнаменти от геометрични фигури в килимите са се появили от изкусните ръце на майсторите. Прекрасните очертания на храма, на сградите са дело на твореца – архитект. Учителят поставя въпроса: Може ли да откриете тайната на тази красота? Оказва се, че във всичко това има определена математическа закономерност. Коментар може да има и върху следното: Ако тези фигури бяха безразборно разхвърлени, щеше ли да има красота? По този начин учениците достигат до темата: „Осева симетрия“.

3. При изучаване на проценти, усъвършенстване на уменията им за работа с калкулатор, приближено пресмятане може да се разгледа кръгова диаграма (черт. 2), показваща каква част от сушата на Земята заема всеки от континентите. Като се има предвид, че цялата суша е около 149 мил. кв. км, да се пресметне с точност до 1 кв. км колко е площта на всеки континент.



4. За връзката на математиката с икономиката сме посветили публикация [13], поради което няма да я разглеждаме тук.

5. Вашето сърце има 80 удара в минута. Изчислете, примерно, колко удара то прави за 25 години от живота на човека.

## II. Използване на исторически сведения

Математиката в своето развитие е преминала дълъг път. Всеки учител в процеса на обучението по математика е длъжен да даде възможност на учениците му да се запознаят с редица въпроси от истори-

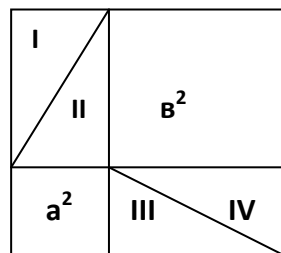
ята на математиката, защото тя възбужда интерес към познание. „Връщането към нея (историята на науката б. а.) позволява да се проследи връзката между развитието на математиката и другите научни дисциплини, а също и с изискванията на практиката. Историята на математиката, изложена даже не системно, а чрез отделни беседи, за по няколко минути, открива богати възможности за запознаване с творчеството на учени от миналото, с източниците на разработените от тях научни проблеми. Историята на науката позволява предметът да се представи не в покой, а в развитие...“ [3; 29].

Използването на исторически сведения не трябва да се счита за загуба на време, тъй като историческото сведение задача, или пояснение предизвиква интереса у учениците, те виждат предмета в развитие, в движение и осъзнават значението на изучаваната наука, да им стане ясно, че математикът не твори независимо от потребностите на живота и практиката.

Ще разгледаме някои примери, които могат да се използват в определени уроци по математика.

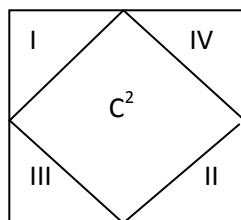
1. След изучаване на питагоровата теорема, учителят може да разкаже исторически сведения за Питагор. Тук е мястото да се обърне внимание на това, че до наши дни е стигнало, че строителите преди хиляди години при изграждане на великолепните храмове в Египет, Вавилон и Китай за построяване на прав ъгъл са чертали триъгълник със страни 3, 4, 5 мерни единици. Счита се, че Питагор пръв е успял да обобщи това положение и да го пренесе от практиката в областта на науката и да го докаже. Как точно е направил доказателството не се знае, но в днешно време могат да се намерят поне сто различни доказателства. „Почти всяко столетие е донасяло нови доказателства или поне нови хрумвания за доказване на тази теорема...“ [7; 11–12].

На учениците може да се представи едно от предполагаемите доказателства на Питагор: Нека разгледаме квадрат със страна, равна на сбора от катетите  $a$  и  $b$  на даден правоъгълен триъгълник (черт. 3). Разделяме този квадрат на два квадрата:  $a^2$  и  $b^2$ , както и на два еднакви правоъгълника със страни  $a$  и  $b$ .



Черт. 3

Нека да разделим тези правоъгълници на четири еднакви триъгълника – I; II; III; IV. Ако поставим тези триъгълници по начин показан на черт. 4, ще получим в средата квадрат  $c^2$ . От тук следва изводът, че квадратът със страна  $a+v$ , намалена с  $2 \cdot a \cdot v$  дава в първия случай  $a^2+v^2$ , а във втория –  $c^2$ , т. е.  $c^2 = a^2+v^2$ .



Черт. 4

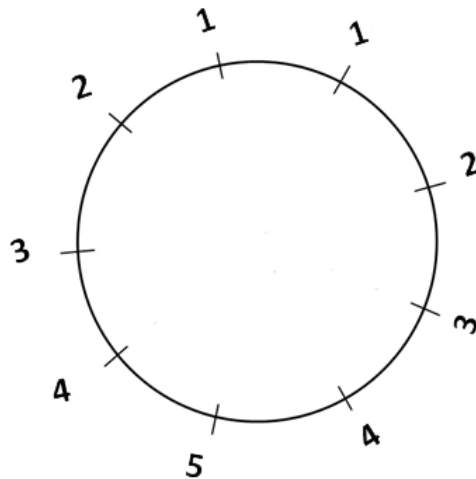
По-нататък може да се обърне внимание, че ако  $a$ ,  $v$  и  $c$  са цели положителни числа и са свързани с условието  $c^2=a^2+v^2$ , то тези триъгълници ще бъдат правоъгълни и се наричат Питагорови. Освен това Питагор е формулирал правило, по което да се намират целите числа. Това правило, с използване на днешната символика, се изразява чрез формулата:  $(2n+1)^2 + (2n^2+2n)^2 = (2n^2+2n+1)^2$ , където на мястото на  $n$  може да се постави кое да е естествено число. За целта формулата може да се илюстрира чрез следната Таблица 1.

Таблица 1

n	I катет $2n+1$	II катет $2n^2+2n$	хипотенуза $2n^2+2n+1$
1	3	4	5
2	5	12	13
3	7	24	25
4	9	40	41
5	11	60	61
6	13	84	85
...	...	...	...

От таблицата се вижда, че числата, изразяващи втория катет и хипотенузата, са числа съседни в естествения ред на числата. От тук може да се направи извод: ако намерим две последователни естествени числа, чийто сбор представлява точен квадрат, тези числа заедно с квадратен корен от техния сбор, представляват третите страни на Питагоровия триъгълник. Например:  $4, 5 \rightarrow 3^2$ ;  $12, 13 \rightarrow 5^2$ ;  $24, 25 \rightarrow 7^2$ ; ...  $40, 41 \rightarrow 9^2$ ; ...  $60, 61 \rightarrow 11^2$  и т. н.

2. При изучаване на аритметична прогресия може да съобщим на учениците, че Питагор е проявявал интерес към тази прогресия. В историята са известни питагоровите кръгове (фиг. 5), числата от 1 до 5 са разположени както е показано на фиг. 5, сумата им е 25, т. е. 5 · 5. По същия начин можем да запишем и числата от 1 до 7, от 1 до 8 и т. н. от 1 до n.



Фиг. 5

Поставя се задачата: Докажете, че съставената по такъв начин сума от естествени числа от 1 до n е равна на  $n^2$ .

За целта записваме сумата от посочените числа по следния начин:  $(1+2+3+\dots+(n-1))+(1+2+3+\dots+(n-1)+n)$ .

Използвайки, че сумата на числата от 1 до n се определя по формулата  $\frac{n(n+1)}{2}$ , тогава сумата от 1 до (n-1) е равна на  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

Решението на задачата се свежда до намиране на

$$\frac{(n-1)n}{2} + n = n^2 - n + n = n^2$$

3. При изучаване на ирационални уравнения е подходящо да се разкаже следното: „В древна Индия е бил разпространен своеобразен вид спорт – публични състезания по решаване на сложни задачи. За насърчаването на подобни състезания някои индийски математически справочници са имали за цел да бъдат в услуга на „майсторската“ гимнастика на ума. Авторът на един такъв учебник писал: По дадените тук правила мъдрецът може да измисли хиляди други задачи. Както слънцето затъмнява със светлината си звездите, така ученият човек засенчва славата на друг пред събралото се множество, като решава и задава алгебрични задачи.“ Цялата книга е написана в стихове.

Една от задачите е: „Пчели, чийто брой е равен на корен квадратен от половината на целия рояк, кацват на жасминов храст, оставяйки след себе си осем девети от рояка. И само една пчела от същият рояк кръжи около един лотосов цвят, привлечена от жуженето на своя приятелка, която лековерно е попаднала в капана на сладостно ухаещото цвете. Колко са били общо пчелите в рояка? [10; 12]. Решението на задачата се свежда до уравнението

$$x = \sqrt{\frac{x}{2}} + \frac{8}{9}x + 2,$$

където  $x$  е броят на пчелите в рояка. Решението се осъществява чрез полагане  $\sqrt{\frac{x}{2}}$  с  $y$ , след което лесно се намира, че  $x$  е 72.

Поради ограничения обем на статията само ще споменем и за други средства, които биха могли да провокират интереса на учениците: софизми, фолклорни и занимателни задачи [10] и т. н.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Актуальные вопросы формирования интереса в обучении. Под ред. чл. кор. АПН СССР Г. И. Щукина, М., „Просвещение“, 1984.
2. Бабалова, Р., А. Садовски. Интереси и обучение. С.: Изд. „Народна просвета“, 1985.
3. Гнеденко, Б. В. Елементи от историята на науката в уроците по математика. – Сб. За някои въпроси на обучението по математика, част II, Съставител К. Петров, С.: ДИ „Народна просвета“, 1980.
4. Гнеденко, Б. В. О перспективах математического образования. – Математика в школе, кн. 6, 1965.
5. Димитрова, Д. Практическа насоченост при преподаването на теми за функции в СПТУ „Н. Ботушев“ – Обучението по математика, бр. 4, 1981.
6. Дюи Дж. Как мислим. Превод от английски К. Янаков, ИК „Минерва“, 2002.
7. Еленски, Ш. По стъпките на Питагор. Превод от полски Н. Мънков, М. Кличева, С.: Техника, 1964.
8. Илин, Е. П. Мотивация и мотивы. Санк-Петербург-Москва-Харков-Минск: Питер, 2000.
9. Коменски, Ян А. Великая дидактика. М., 1934.

10. Леман, Й., Занимателна математика. С.: ДИ „Народна просвета“, 1984.
11. Леонтиев, А. Н. Психологические вопросы сознательности учения. Изд. „Известия“ АПН РСФСР, вып. 7, М–Л, 1947. 12.
12. Морозова, Н. Г. Учителю о познавательных интересах. Педагогика и психология, № 2, М.: „Знание“, 1979
13. Сярова, П., Р. Маврова. Рефлексия и компетентност в обучението по математика. Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски“, том 47, кн. 2, Методика на обучението, 2010, с. 39–53.
14. Щукина, Г. И. Проблема познавательного интереса в педагогике. М.: „Педагогика“, 1971.
15. Щукина, Г. И. Формиране на познавателни интереси у учениците в процеса на обучение. Превод от руски Й. Жечев, С., 1965.

## **PROVOKING STUDENTS' INTEREST IN TEACHING MATHEMATICS**

*Rumyana Mavrova, Petya Syarova*

### **Abstract**

The development of students as creative personalities, their participation in school activities demands that education should be turned into an active-creative process which will ensure an even larger probability for increasing students' own independence in the awareness of their cognitive activities. The solution might be found in interdisciplinary methods and interactive methods of teaching.

Naturally all this can be helped by simply provoking students' interest in learning, respectively in mathematics.

## ЗА НЯКОИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ АКТИВИЗИРАЩИ МИСЛЕНЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ

*Румяна Маврова*

Сред всичките познавателни процеси водещ се явява мисленето, което ги съпътства и често определя техния характер и качество.

Затова развитието на мисленето е една от целите на учителя по математика, а приложението на различните средства и методи за активизирането му се явяват условия за достигане на тази цел.

Едуард де Боно подчертава, че „мисленето е умение, което може да се развие. Мисленето не е като ръста ви или като цвета на очите ви – нещо, за което нищо не може да се направи. Мисленето е умение – като скиорството, плуването или карането на велосипед. Умението за мислене може да се придобие“. [1; 93]

За психолога С. Л. Рубинщайн [4] мисленето е „познание, водещо към решаване на стоящите пред човека проблеми или задачи“.

В обучението по математика математическите задачи преди всичко трябва да активизират мисълта на ученика и тя да се развива и усъвършенства. При решаването на задачите учещите се не само изпълняват построения, преобразуват и запомнят формулировки, но се обучават в яснота на мисълта, умения да разсъждават, съпоставят и противопоставят факти, намират в тях общото и различното, правят правилни умозаклучения, приучват се към пълноценна аргументация и да осмислят пътя на решаването на задачите, т.е. овладяват рефлексията.

Мисленето, което ще се развива у учениците не трябва да е „съзерцателно“, а трябва да е „целенасочено мислене“ или „волево мислене“, или „продуктивно мислене“. Такова мислене може да се отъждестви в първо приближение с „решаване на задачи“ твърди Д. Пойа. [3; с. 303] Той подчертава, че математическото мислене не е чисто „формално“, то не се занимава само с аксиоми, дефиниции и строги доказателства, но към него принадлежат и много други неща: обобщаване на наблюдавани случаи, индуктивна обосновка, обосноваване по аналогия, разпознаване на едно математическо понятие или извличането му от конкретна ситуация. Учителят по математика има прекрасна възможност за запознае своите ученици с тези извънредно важни „неформални“ мисловни процеси, т.е. да учим учениците да доказват с всички средства, но да ги учим също така и да се досещат.

Като анализираме мнението на различни учени за особеностите на математическото мислене, прави впечатление, че някои поставят акцента на типа мислене, други изясняват методите на математическото мислене и изследване и т.н. И въпреки, че ги осветляват от различни подходи, от различ-

ни психологически гледни точки или от логиката, всички те откриват спецификата на математическото мислене в спецификата на предмета на математиката [2]. За тях основно средство за развитие на математическото мислене е решаването на математически задачи.

Значение за успеха на обучението има умствената активност на ученика. Тя намира израз в самостоятелно, съзнателно, дисциплинирано и все по-творческо заучаване и мислене.

Активната мисловна дейност се характеризира преди всичко с интензивно умствено (мисловно) занимание с предмета на познание, с целенасоченост, търпение и упоритост при решаване на задачите. Активната мисловна дейност на ученика е неотменимо условие за усвояване на трайни знания и сигурни умения.

Знанията са необходимо условие за правилно и пълноценно протичане на мисловните процеси – сравнение, анализ и синтез, обобщение и конкретизация и др. При тези процеси се наблюдава взаимозависимост – придобитите вече знания определят характера на мисловните процеси, а правилното ръководене на тези процеси допринасят за усъвършенстване и обогатяване на знанията. Човек, който няма достатъчно знания или има неясни или неточни знания по даден предмет, не може да поставя смислени въпроси. Обратното, колкото учещия знае от дадена научна област, толкова повече въпроси възникват у него и толкова по-творчески той може да мисли върху тях. Възникването на въпроси в съзнанието на човека е неоспоримо доказателство за активно отношение, за мисловна дейност. Наличността на знания предизвиква появата на нови въпроси, а появата на проблеми води към усвояването на все повече знания.

Има различни начини и средства, чрез които учителят може да осигурява мисловна активност на учениците. Безспорно е, че важно средство за активизиране мисленето на учениците са математическите задачи.

В настоящата работа ще се спрем на математическите задачи за решаването на които могат да се използват различни начини, изискващи прилагането на различни математически знания.

Психолозите са установили, че решаването на една задача по няколко начина носи по-голяма полза, отколкото решаването подред на няколко еднотипни задачи. Откриването на различни начини за решаване на една задача дава възможност ученикът да приложи целия си арсенал от математически знания, т.е. да активизира мисленето си. Разкриването на различни начини за решаване на задачи възпитава у учащите се гъвкавост на мисълта. Разглеждането от ученика различни начини на решаване, умението му да избере най-рационалния е доказателство, че ученикът мисли, разсъждава, провежда правилни умозаклучения. Трябва да отбележим, че рационалните начини за решаване на задачите не идват сами. За това учениците трябва да се обучават, а един от пътищата е предлагането на учениците задачи, които дават възможност да бъдат решени по-различни начини, с различни знания



и да избират най-рационалния от тях. Ще отбележим още, че решаването на задачи по различни начини спомага за формирането на потребност от изучените знания, развива се широта, оригиналност, не шаблонно мислене. Не само при решаването на задачи, но и при доказването на теореми да се изисква от учениците да откриват различни техни доказателства.

Изразените идеи ще илюстрираме със следните примери:

**Пример 1.** За намиране на рационални начини за решаване на задачи трябва учениците да се приучават от малки. Ще посочим една елементарна задача:

Пресметнете:

а) 25.32; б) 125.24; в) 25.33; г)  $\frac{11}{16} + 2\frac{3}{16} + \frac{7}{16}$ ; д)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2}$

Решаването на всяко едно от подусловията може да се осъществи по стандартен начин – а), б), в) – умножение на двуцифрени числа или двуцифрено с трицифрено число; г) чрез последователно събиране на дробите; д) чрез правилото за умножение на дроби.

Ако обаче учениците са подготвени, че  $25 \cdot 4 = 100$  и  $125 \cdot 8 = 1000$ , те биха могли да предложат други начини за решаване:

а) I начин:  $25 \cdot 32 = 25 \cdot 4 \cdot 8 = 100 \cdot 8 = 800$

II начин:  $25 \cdot 32 = 32 \cdot \frac{100}{4} = \frac{3200}{4} = 800$

б) I начин:  $125 \cdot 24 = 125 \cdot 8 \cdot 3 = 1000 \cdot 3 = 3000$

II начин:  $125 \cdot 24 = 24 \cdot \frac{1000}{8} = \frac{24000}{8} = 3000$

в)  $25 \cdot 33 = 25 \cdot (32 + 1) = 25 \cdot 32 + 25 = 800 + 25 = 825$

г) Тук може да се използва замяна на няколко събираеми с тяхната сума:  $a + b + c = a + (b + c)$ , т.е.

$$\frac{11}{16} + 2\frac{3}{16} + \frac{7}{16} = \frac{11}{16} + \left(2\frac{3}{16} + \frac{7}{16}\right) = \frac{11}{16} + 2\frac{10}{16} = 2\frac{21}{16} = 3\frac{5}{16}$$

д) Тук може да се използва замяната на някои множители с тяхното произведение

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

**Пример 2.** След изучаване на дробни и ирационални изрази, в системата от задачи може да се включи следната:

Задача: Намерете стойността на дробта  $\frac{x+y}{x-y}$ , ако  $x^2 + y^2 = 6xy$ ,  $x > y > 0$ .

Тази задача може да бъде решена по различни начини:

**I начин:**

Тъй като  $x > y > 0$ , то  $x - y > 0$  и  $x + y > 0$ . От условието  $x^2 + y^2 = 6xy$  получаваме  $(x + y)^2 = 8xy$ , откъдето  $x + y = 2\sqrt{2xy}$  и от  $(x - y)^2 = 4xy \Rightarrow x - y = 2\sqrt{xy}$ . Чрез непосредствена проверка получаваме  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{2\sqrt{2xy}}{2\sqrt{xy}} = \sqrt{2}$ .

**II начин:**

От  $x > y > 0$ , следва  $\frac{x+y}{x-y} > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2 - 2xy} > 0$ , но  $x^2 + y^2 = 6xy$ .

Тогава  $\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2 - 2xy} = \frac{6xy + 2xy}{6xy - 2xy} = \frac{8xy}{4xy} = 2 > 0$ , откъдето  $\frac{x+y}{x-y} = \sqrt{2}$ .

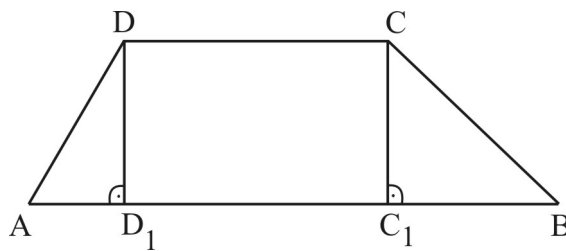
**Пример 3.** След запознаване учениците с темата: „Намиране елементи на успоредник, трапец и произволен четириъгълник може да се включи в упражненията следната:

Задача: Да се намери лицето на трапец с основи 20 см и 10 см и бедра 6 см и 8 см.

Целта на тази задача е да се актуализират знанията за триъгълник и по-точно: метрични зависимости в правоъгълен триъгълник, тригонометрични функции на остър ъгъл в правоъгълен триъгълник, подобни триъгълници, Херонова формула, за тези, които са я изучили и т.н.

**I начин:**

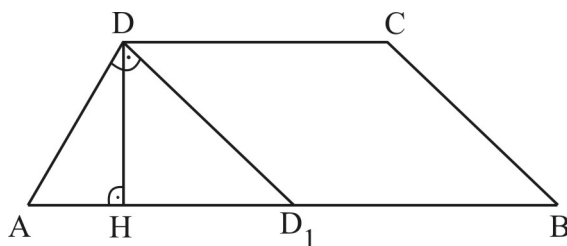
За да намерим лицето на трапеца  $ABCD$  ще използваме формулата  $S_{ABCD} = \frac{AB + DC}{2} \cdot DD_1$ . Тъй като  $AB$  и  $CD$  са известни, достатъчно е да намерим  $DD_1$  (черт.1). Означаваме  $AD_1$  с  $x$ , тогава  $C_1B = 10 - x$ . Прилагаме Питагорова теорема за  $\triangle AD_1D$  и  $\triangle BC_1C$ , след което лесно установяваме, че  $DD_1 = 4,8$  см.



черт. 1

**II начин:**

И тук, за да намерим лицето на трапеца е достатъчно да намерим височината  $DH$  (черт. 2). За целта построяваме  $DD_1 \parallel CB$  и разглеждаме  $\triangle AD_1D$ , за който са известни трите страни. Прилагайки обратната на Питагор теорема установяваме, че  $\triangle AD_1D$  е правоъгълен ( $\angle ADD_1 = 90^\circ$ ). Използвайки формулите за лице на правоъгълен триъгълник лесно се намира височината  $DH$ , а от там и лицето на трапеца.



черт. 2

**III начин:**

При този начин постъпваме като при предходния (черт. 2) за установяване, че  $\triangle ADD_1$ , е правоъгълен. Означаваме  $AH$  с  $x$ , тогава  $D_1H = 10 - x$ . Прилагаме метричната зависимост за правоъгълния  $\triangle ADD_1$ , а именно  $AD^2 = AH \cdot AD_1$ , откъдето намираме  $AH$ . Височината  $DH$  намираме по Питагорова теорема от  $\triangle AHD$ , където  $AD$  и  $AH$  са известни.

**IV начин:**

Тъй като намирането на лицето на трапеца се свежда до намиране височината  $DH$ , то можем да използваме тригонометрични функции на остър ъгъл в правоъгълен триъгълник  $\triangle ADD_1$ . За целта означаваме  $\angle D_1AD = \alpha$ .

Тогава  $\sin \alpha = \frac{DD_1}{AD_1}$ , но  $\triangle AHD$  също е правоъгълен (черт. 2) и  $\frac{DH}{AD} = \sin \alpha$ ,

откъдето  $\frac{DD_1}{AD_1} = \frac{DH}{AD}$  и лесно се намира  $DH$ , тъй като  $DD_1$ ,  $AD_1$  и  $AD$  са известни.

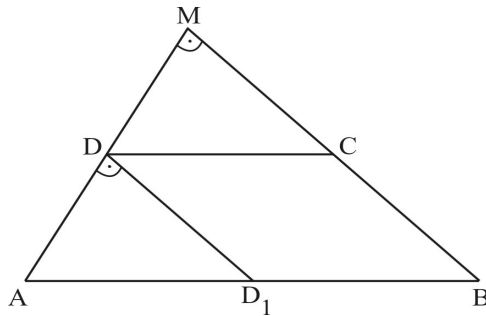
**V начин:**

За намиране височината  $DH$  (черт. 2) може да се използват формулите за лице на  $\triangle ADD_1$ , т.е.  $S_{ADD_1} = \frac{AD_1 \cdot DH}{2}$  и ако е изучена Хероновата формула за лице на  $\triangle ADD_1$ .

**VI начин:**

И при този начин се използва, че  $\angle ADD_1 = 90^\circ$  (черт. 3), но за решаването на задачата се разглеждат  $\triangle ADD_1$  и  $\triangle AMB$ . Тези два триъгълника са

подобни с коефициент на подобие  $k = 2$ . Тогава  $S_{ABCD} = S_{ABM} - S_{DMC}$ , а  $S_{ABM} = 96 \text{ cm}^2$ ,  $S_{DMC} = 24 \text{ cm}^2$ .



черт. 3

За тази задача освен посочените 6 начина може да се открият и други начини. Целта е да се затвърдят изучените преди това знания и те да намират приложение в предложената ситуация за намиране височината на трапеца и неговото лице.

**Пример 4.** След изучаване метрични зависимости в правоъгълен триъгълник е подходящо в системата от задачи да се включат такива, които са свързани с неравенства между елементите му.

Задача: Да се докаже, че във всеки правоъгълен триъгълник  $ab + bc + ca < 2c^2$ , където  $a$  и  $b$  са дължините на катетите му, а  $c$  е дължината на хипотенузата му.

За решаването на тази задача ще предложим два начина:

**I начин:**

$$\begin{aligned}
 & (c > a > 0) \wedge (c > b > 0) \wedge [(a \neq b) \vee (a = b)] \\
 & \Downarrow \\
 & (c - a)^2 > 0 \wedge (c - b)^2 > 0 \wedge (a - b)^2 \geq 0 \\
 & \Downarrow \\
 & (c - a)^2 + (c - b)^2 + (a - b)^2 > 0 \\
 & \Downarrow \\
 & 2c^2 + 2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2bc - 2ac > 0 \\
 & \Downarrow \\
 & 2(a^2 + b^2 + c^2) > 2ab + 2bc + 2ac, \text{ но } a^2 + b^2 = c^2 \\
 & \Downarrow \\
 & 2(ab + bc + ca) < 2(c^2 + c^2) \\
 & \Downarrow \\
 & ab + bc + ca < 2c^2
 \end{aligned}$$

**II начин:**

Този начин е приложим, ако е известна връзката между средно аритметично и средно геометрично на две неотрицателни числа

$$\begin{aligned}
 & (c > a > 0) \wedge (c > b > 0) \wedge [(a \neq b) \vee (a = b)] \\
 & \Downarrow \\
 & \left( \frac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac} \right) \wedge \left( \frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc} \right) \wedge \left( \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \right) \\
 & \Downarrow \\
 & \left( ac \leq \frac{(a+c)^2}{4} \right) \wedge \left( bc \leq \frac{(b+c)^2}{4} \right) \wedge \left( ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} \right) \\
 & \Downarrow \\
 & ac + bc + ab < \frac{1}{4} [2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2(ab + ac + bc)] \\
 & \Downarrow \\
 & 2(ab + ac + bc) < 2(a^2 + b^2) + 2c^2, \text{ но } a^2 + b^2 = c^2 \\
 & \Downarrow \\
 & ab + bc + ca < 2c^2
 \end{aligned}$$

**Пример 5.** За активизиране на мисленето след изучаване на синусова и косинусова теорема в упражненията върху тях може да се включи следната:

Задача: Ако в  $\triangle ABC$ ,  $\beta = 60^\circ$  и  $a = \frac{c}{2}$ , то  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$ , където  $\alpha = \angle BAC$ ,  $\beta = \angle ABC$ ,  $\gamma = \angle ACB$ ,  $a = BC$  и  $c = AB$ .

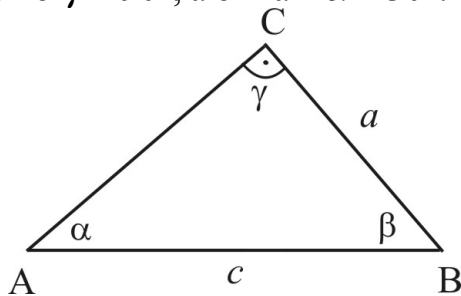
Тази задача може да се реши по различни начини.

**I начин:**

Тъй като  $\beta = 60^\circ$ , то  $\alpha + \gamma = 120^\circ$  (черт. 4). Прилагайки синусова теорема получаваме  $\frac{a}{\sin(120^\circ - \gamma)} = \frac{c}{\sin \gamma}$ , но  $a = \frac{c}{2}$ .

Тогава  $\frac{a}{\sin(120^\circ - \gamma)} = \frac{2a}{\sin \gamma}$ , т.е.  $2\sin(120^\circ - \gamma) = \sin \gamma$ .

След преобразуване на последното равенство получаваме  $\cos \gamma = 0$ , но  $0^\circ < \gamma < 180^\circ$ , следователно  $\gamma = 90^\circ$ , а от там  $\alpha = 30^\circ$ .



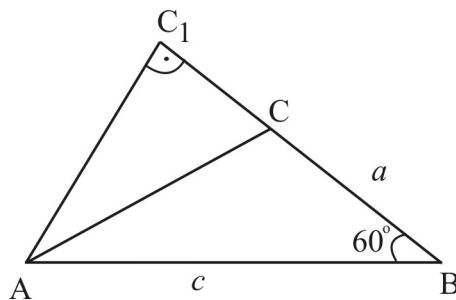
черт. 4

**II начин:**

Означаваме  $AC = b$  (черт. 4) и прилагаме косинусова теорема:  
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$ , но  $a = \frac{c}{2} \Rightarrow c = 2a$ . Тогава  
 $b^2 = a^2 + (2a)^2 - 2a \cdot 2a \cdot \cos \beta$ , но  $\beta = 60^\circ$ , следователно  $b^2 = 3a^2 \Rightarrow b = a\sqrt{3}$ .  
 Лесно се установява, че  $a^2 + b^2 = c^2$ , откъдето по обратната теорема на Пифагор следва, че  $\gamma = 90^\circ$ , а  $\alpha = 30^\circ$ .

**III начин:**

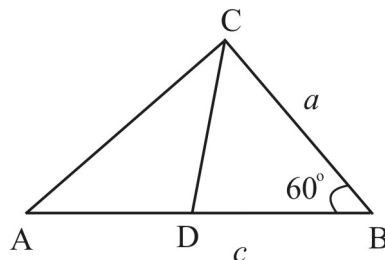
Нека точка  $C_1$  е пета на перпендикуляра, построен през върха  $A$  към  $BC$  (черт. 5), т.е.  $C_1 \in BC^\perp$ . В такъв случай  $\triangle ABC_1$  е правоъгълен с хипотенуза  $AB$  и ъгъл при върха  $A$  равен на  $30^\circ$ . От тук следва, че  $BC_1 = \frac{c}{2}$ , но и  $BC = \frac{c}{2}$ , откъдето  $BC = BC_1$ . Следователно точка  $C$  съвпада с точка  $C_1$  и поради това  $\gamma = \angle ACB = 90^\circ$ .



черт. 5

**IV начин:**

Нека точка  $D$  е среда на страната  $AB$  (черт. 6). По условие  $a = \frac{c}{2}$ , но по построение  $AD = DB = \frac{c}{2}$ . В такъв случай  $\triangle BCD$  е равнобедрен с основа  $CD$  и ъгъл между бедрата равен на  $60^\circ$ . Следователно  $\triangle BCD$  е равностранен, откъдето  $AD = DB = CD$ . Лесно се установява, че  $\gamma = 90^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .



черт. 6

Тази задача може да се реши и по други начини, например, ако построим права  $t$  която минава през  $BC$  и тази права да е ос на симетрия.

**Пример 6.** За активизиране мисленето на учениците в обучението по математика е целесъобразно да се използва не само решаване на задачи по различни начини, но и извеждането на нови знания по различни начини.

След като учениците познават основните формули за намиране лице на триъгълник, може да им се постави задача да докажат по различен начин формулата на Херон за лице на триъгълник, т.е.  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , където  $a, b, c$  са дължините на страните му, а  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

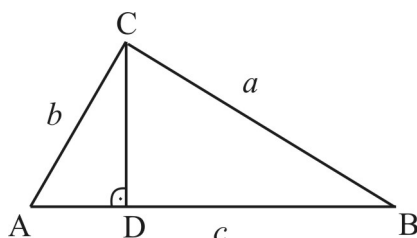
**I начин:**

Нека в  $\triangle ABC$   $\angle A$  и  $\angle B$  са остри (черт. 7). Построяваме височината  $CD$  и я означаваме с  $h$ . Нека  $AD = x \Rightarrow BD = c - x$ . Прилагаме Питагорова

теорема за  $\triangle ADC$  и  $\triangle BDC$  и получаваме  $\left. \begin{array}{l} h^2 = b^2 - x^2 \\ h^2 = a^2 - (c-x)^2 \end{array} \right\}$  откъдето  $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$ . Намираме, че  $h^2 = b^2 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{(2c)^2}$ . След преобразуване

на този израз  $h^2 = \frac{4}{c^2} \cdot p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)$  и като използваме, че

$S_{\triangle} = \frac{1}{2}ch$ , получаваме  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ .



черт. 7

**II начин:**

Построяваме в  $\triangle ABC$  на лъчите  $CA$  и  $CB$  съответно точките  $D$  и  $E$  така, че  $CD = CE = \sqrt{ab}$  (черт. 8), където  $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $\angle ACB = \gamma$ ,  $AB = c$ . За да намерим  $S_{ABC}$  достатъчно е да намерим  $S_{DEC}$ , защото

$$\left. \begin{array}{l} S_{ABC} = \frac{ab \sin \gamma}{2} \\ S_{DEC} = \frac{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab} \sin \gamma}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{ABC} = S_{DEC}.$$

Прилагаме косинусова теорема за  $\triangle ABC$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \Rightarrow 2ab \cos \gamma = a^2 + b^2 - c^2 \quad (1)$$

За  $\triangle DEC$  също прилагаме косинусова теорема:

$$DE^2 = ab + ab - 2ab \cos \gamma \Rightarrow DE^2 = 2ab - 2ab \cos \gamma \quad (2)$$

Замествайки (1) в (2) получаваме:

$$DE^2 = 2ab - (a^2 + b^2 - c^2) = c^2 - (a - b)^2, \text{ т.е.}$$

$$DE^2 = (c - a + b)(c + a - b), \quad \text{но} \quad c - a + b = 2(p - a), \quad \text{а}$$

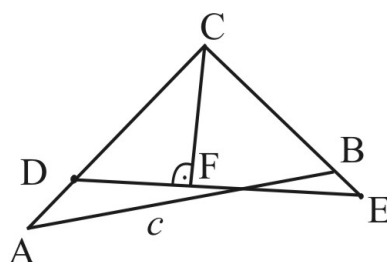
$$c + a - b = 2(p - b), \quad \text{откъдето} \quad DE^2 = 4(p - a)(p - b) \quad \Rightarrow$$

$DE = 2\sqrt{(p - a)(p - b)}$ . За да намерим лицето на  $\triangle CDE$  трябва да намерим

височината  $CF$  към страната  $DE$ . Решавайки системата  $\begin{cases} CF^2 = DC^2 - DF^2 \\ CF^2 = CE^2 - FE^2 \end{cases}$ ,

определяме, че  $CF = \sqrt{p(p - c)}$ , след което намираме, че

$$S_{CDE} = S_{ABC} = \frac{1}{2} DE \cdot CF, \text{ т.е. } S_{ABC} = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$



черт. 8

### III начин:

И при този начин използваме косинусова теорема за  $\triangle ABC$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = (a + b)^2 - 2ab(1 + \cos \gamma), \quad \text{но} \quad 1 + \cos \gamma = 2 \cos^2 \frac{\gamma}{2}. \quad \text{То-}$$

$$\text{гава} \quad c^2 = (a + b)^2 - 4ab \cos^2 \frac{\gamma}{2} \quad \Rightarrow \quad 4ab \cos^2 \frac{\gamma}{2} = (a + b)^2 - c^2 \quad \Rightarrow$$

$$4ab \cos^2 \frac{\gamma}{2} = (a + b - c)(a + b + c) \Rightarrow \cos^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{p(p - c)}{ab} \Rightarrow \cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{p(p - c)}{ab}}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(p - a)(p - b)}{ab}}, \quad \text{но} \quad S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} ab 2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \Rightarrow$$

$$S_{ABC} = ab \sqrt{\frac{(p - a)(p - b)}{ab}} \sqrt{\frac{p(p - c)}{ab}}, \text{ т.е. } S_{ABC} = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}.$$

### IV начин:

Отново прилагаме косинусова теорема за  $\triangle ABC$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad (3)$$

и формулата за лице на триъгълник  $S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma \Rightarrow$

$$ab = \frac{2S}{\sin \gamma} \quad (4)$$



Заместваме (4) в (3) и получаваме  $c^2 = a^2 + b^2 - 4S \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}$ . След под-

ходящо преобразуване  $c^2 = (a - b)^2 + 4S \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$ . Освен това

$c^2 = (a + b)^2 - 4S \operatorname{cot} g \frac{\gamma}{2}$ . От последните две равенства изразяваме

$$S \operatorname{cot} g \frac{\gamma}{2} = \frac{(a + b)^2 - c^2}{4} \Rightarrow$$

$$S \operatorname{cot} g \frac{\gamma}{2} = p(p - c) \quad (5)$$

$$\text{и } S \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{c^2 - (a - b)^2}{4} \Rightarrow$$

$$S \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = (p - a)(p - b) \quad (6)$$

След почленно умножение на (5) и (6) намираме  $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$ .

**V начин:**

Вписваме в  $\triangle ABC$  окръжност  $k(O; r)$  (черт. 9). Нека  $AL = AN = x$ ,  $BL = BM = y$  и  $CM = CN = z$ . Тогава

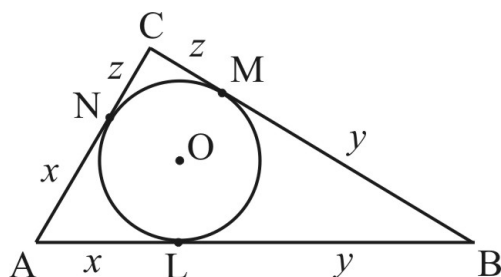
$$\begin{cases} x + z = b \\ x + y = c \\ y + z = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = p - a \\ y = p - b \\ z = p - c \end{cases}$$

$$\text{Намираме } \operatorname{cot} g \frac{A}{2} = \frac{x}{r}, \operatorname{cot} g \frac{B}{2} = \frac{y}{r}, \operatorname{cot} g \frac{C}{2} = \frac{z}{r}.$$

Използваме, че  $\operatorname{cot} g \frac{A}{2} + \operatorname{cot} g \frac{B}{2} + \operatorname{cot} g \frac{C}{2} = \operatorname{cot} g \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cot} g \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cot} g \frac{C}{2}$  и

получаваме  $\frac{x}{r} + \frac{y}{r} + \frac{z}{r} = \frac{x \cdot y \cdot z}{r^3} \Rightarrow \frac{x + y + z}{r} = \frac{x \cdot y \cdot z}{r^3} \Rightarrow p \cdot r^2 = x \cdot y \cdot z$ , но  $S = p \cdot r$

$\Rightarrow p \cdot r^2 \cdot p = p \cdot x \cdot y \cdot z \Rightarrow S^2 = p \cdot x \cdot y \cdot z$  или  $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$



черт. 9

**VI начин:**

И тук използваме косинусова теорема за  $\triangle ABC$ :  
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow 2bc \cos A = b^2 + c^2 - a^2$ , но  $4S = 2bc \sin A$  и  $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$ . Тогава  $16S^2 = 4b^2c^2 \sin^2 A \Rightarrow 16S^2 = 4b^2c^2(1 - \cos^2 A)$ , но  $4b^2c^2 \cos^2 A = (b^2 + c^2 - a^2)^2$ , следователно

$$16S^2 = 4b^2c^2 - \frac{4b^2c^2(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2c^2} \Leftrightarrow$$

$$16S^2 = 4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 \Leftrightarrow$$

$$16S^2 = 16p(p-a)(p-b)(p-c) \Leftrightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Много важно е, когато се спираме на решаването на една математическа задача по различни начини учениците да преценят и обосноват кой от начините за тях е най-рационален.

Получените резултати в активизиране мисленето на учениците доказват, че особено необходимо е добре да се обмислят и определят предлаганите им за решаване математически задачи, като едно от най-ефективните средства за постигане на тази активност.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Боно Едуард де, Научете детето си как да мисли, изд. „Кибеа“, 2001, с.375.
2. Маврова Р., По проблема за особеностите на математическото мислене и развитието у учениците, Научни трудове, ПУ „П. Хилендарски“, Методика на обучението, том 33, кн.2, 1996, с. 41–50.
3. Пойа Д., Математическото откритие, изд. „Народна просвета“, С., 1968, с.474.
4. Рубинщейн С. А., О мышлении и путях его исследование, М., АН СССР, 1958.
5. Сп. Математика 1983–2000 г.
6. Сп. Математика в школе 1980–2000.

**ABOUT SOME MATHEMATICAL PROBLEMS  
ACTIVATING THE THINKING OF STUDENTS**

*Rumyana Mavrova*

**Abstract**

The current study examine mathematical problems which in order to be solved, require the use of diffrent strategies treating with diverse mathematical knowledge.

## СИСТЕМА ОТ НЕОБХОДИМИ И ДОСТАТЪЧНИ УСЛОВИЯ ЗА РАЗПОЛОЖЕНИЕ НА КОРЕНИТЕ НА КВАДРАТНИЯ ТРИЧЛЕН ВЪРХУ ЧИСЛОВАТА ОС И НЯКОИ ТЕХНИ ПРИЛОЖЕНИЯ

*Добринка Бойкина*

В училищния курс по математика (виж например [3], [4]), а също и в някои учебни помагала за подготовка на зрелостници ([2]), се разглеждат задачи от квадратни параметрични уравнения, в които обикновено се търсят стойностите на параметъра, при които корените им са: с еднакви знаци (и двата са положителни или и двата са отрицателни); с различни знаци; с различни знаци, като единият има по-голяма абсолютна стойност (модул) от другия; и т.н. Там задачите от посочените видове най-често се решават чрез използване формулите на Виет, изразяващи зависимости между корените и коефициентите на квадратното уравнение  $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ ,  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  и  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ .

Заслужава да се отбележи, че задачите от посочените видове се явяват частни случаи от по-общи типове задачи, в които се разглеждат различни ситуации на разположение на корените на квадратно параметрично уравнение спрямо дадени интервали – били те крайни или безкрайни.

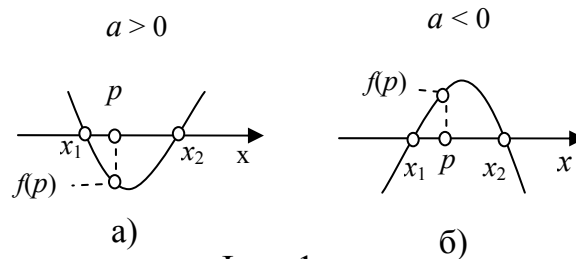
В настоящата статия си поставяме за цел да систематизираме различни твърдения, които осигуряват необходими и достатъчни условия за разположение на корените на квадратно параметрично уравнение спрямо произволни интервали, а също да представим редица техни приложения, с което да подпомогнем пряко учителите и студентите в учебната им практика.

Всъщност за три от тези основни твърдения вече стана дума в [1], където използвахме тяхната графична интерпретация за онагледяване решаването на някои ирационални параметрични уравнения и неравенства. Тук, за пълнота на изложението, ще представим всички тези твърдения и някои конкретни техни приложения при решаване на задачи с параметри.

Нека разгледаме квадратното уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , където  $a \neq 0, b, c \in R$ . За удобство на записа по-нататък, да означим квадратния тричлен в лявата му страна с  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Тогава за разпо-

ложенията на корените му спрямо дадени числа са в сила следните твърдения.

Теорема 1. Реалното число  $p$  е между корените  $x_1$  и  $x_2$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  тогава и само тогава, когато е изпълнено неравенството  $a \cdot f(p) < 0$ .



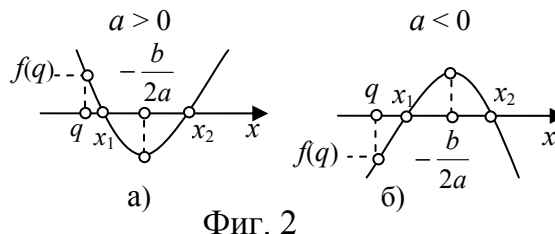
Фиг. 1

Теорема 1 се представя нагледно на Фиг. 1. Ясно е, че при  $a > 0$  е изпълнено  $f(p) < 0$ , а при  $a < 0$  имаме  $f(p) > 0$ , т.е. независимо от знака на коефициента  $a$ , произведението  $a \cdot f(p)$  е винаги отрицателно число. Следователно  $p \in (x_1; x_2) \Leftrightarrow a \cdot f(p) < 0$ .

Ако числото  $p$  съвпада с един от двата корена, то  $a \cdot f(p) \leq 0$ .

Теорема 2. Реалното число  $q$  е по-малко от корените  $x_1$  и  $x_2$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  тогава и само тогава, когато е изпълнена системата от неравенства

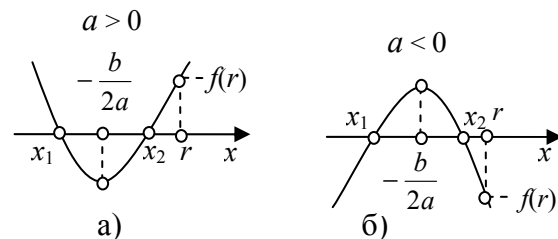
$$\begin{cases} D \geq 0 \\ a \cdot f(q) > 0 \\ q < -\frac{b}{2a} \end{cases}$$



Фиг. 2

Теорема 3. Реалното число  $r$  е по-голямо от корените  $x_1$  и  $x_2$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ -\frac{b}{2a} < r \\ a \cdot f(r) > 0 \end{cases}$$

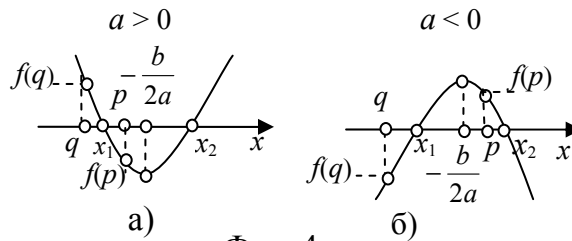


Фиг. 3

От тези три теореми, чрез комбиниране, могат да се формулират следните следствия.

Следствие 1. По-малкият корен  $x_1$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  е между числата  $q$  и  $p$  тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

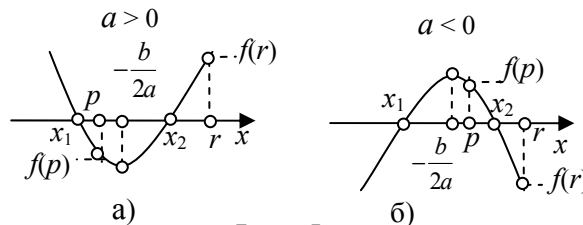
$$\begin{cases} a \cdot f(p) < 0 \\ a \cdot f(q) > 0 \\ q < -\frac{b}{2a} \end{cases}$$



Фиг. 4

Следствие 2. По-големият корен  $x_2$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  е между числата  $p$  и  $r$  тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

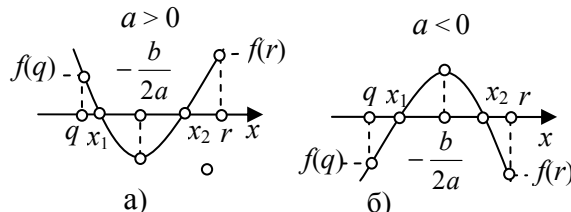
$$\begin{cases} a \cdot f(p) < 0 \\ a \cdot f(r) > 0 \\ -\frac{b}{2a} < r \end{cases}$$



Фиг. 5

Следствие 3. И двата корена  $x_1$  и  $x_2$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  са между числата  $q$  и  $r$  тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

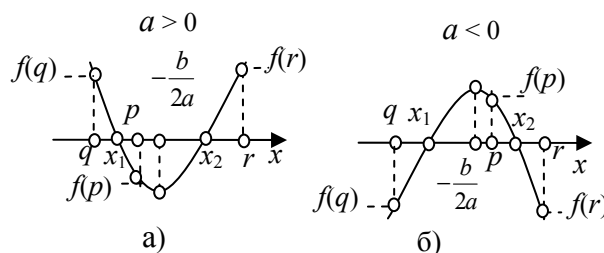
$$\begin{cases} D \geq 0 \\ a \cdot f(q) > 0 \\ a \cdot f(r) > 0 \\ q < -\frac{b}{2a} < r \end{cases}$$



Фиг. 6

Следствие 4. По-малкият корен  $x_1$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  е между числата  $q$  и  $p$ , а по-големият му корен  $x_2$  е между числата  $p$  и  $r$  (където  $q < p < r$ ) тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

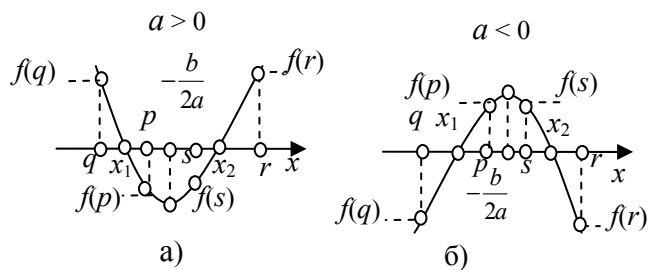
$$\begin{cases} a \cdot f(p) < 0 \\ a \cdot f(q) > 0 \\ a \cdot f(r) > 0 \\ q < -\frac{b}{2a} < r \end{cases}$$



Фиг. 7

Следствие 5. По-малкият корен  $x_1$  на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  е между числата  $q$  и  $p$ , а по-големият му корен  $x_2$  е между числата  $s$  и  $r$  (където  $q < p < s < r$ ) тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

$$\begin{cases} a \cdot f(p) < 0 \\ a \cdot f(s) < 0 \\ a \cdot f(q) > 0 \\ a \cdot f(r) > 0 \\ q < -\frac{b}{2a} < r \end{cases}$$



Фиг. 8

Следствие 6. Само единият от корените на квадратното уравнение  $f(x) = 0$  е между числата  $m$  и  $n$  тогава и само тогава, когато е изпълнено неравенството  $f(m) \cdot f(n) < 0$ .

При решаването на задачи тези твърдения се прилагат съобразно конкретната ситуация.

Задача 1. Дадено е уравнението  $(p - 2)x^2 + 2px + p - 3 = 0$ , където  $p$  е реален параметър. Да се намерят стойностите на параметъра  $p$ , при които уравнението има:

- а) два корена с различни знаци;
- б) два положителни реални корена;
- в) два отрицателни реални корена;
- г) единият корен е отрицателен, а другият е положителен, като отрицателният корен има по-голям модул от положителния;
- д) и двата корена са по-големи от 1;
- е) и двата корена са по-малки от 1;
- ж) и двата корена са правилни положителни дроби;
- з) единият корен е правилна положителна дроб, а другият е по-голям от 1;
- и) само единият корен е в интервала  $(0; 1)$ .

Ясно е, че за даденото уравнение могат да се поставят и други изисквания, които не са свързани с разгледаните по-горе твърдения. Такива са например следните:

- к) уравнението има един реален корен;
- л) един двоен корен;
- м) два реални различни корена;
- н) два имагинерни (нереални) корена;
- о) единият корен е два пъти по-голям от другия;

п) корените удовлетворяват неравенството  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} > 1$ ; и др.

*Решение.* а) Изискването  $x_1 < 0 < x_2$ , съгласно Таорема1, се осигурява от неравенството  $(p-2)f(0) < 0$ , което е равносилно на  $(p-2)(p-3) < 0 \Leftrightarrow 2 < p < 3$ , т.е.  $p \in (2;3)$ . Ще отбележим, че ако се използва теоремата на Виет, то изискването  $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow$

$$x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{p-3}{p-2} < 0 \Leftrightarrow 2 < p < 3.$$

б) За да бъдат положителни двата корена, необходимо и достатъчно е да бъде изпълнена системата

$$\left| \begin{array}{l} D \geq 0 \\ (p-2) \cdot f(0) > 0 \\ 0 < \frac{-2p}{2(p-2)} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} p^2 - (p-2)(p-3) \geq 0 \\ (p-2)(p-3) > 0 \\ p(p-2) < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 5p \geq 6 \\ p < 2 \vee p > 3 \\ 0 < p < 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow 1,2 \leq p < 2.$$

в) Уравнението има два отрицателни корена тогава и само тогава, когато е изпълнена системата

$$\left| \begin{array}{l} D \geq 0 \\ -\frac{2p}{2(p-2)} < 0 \\ (p-2) \cdot f(0) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 5p \geq 6 \\ p(p-2) > 0 \\ (p-2)(p-3) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} p \geq 1,2 \\ p < 0 \vee p > 2 \\ p < 2 \vee p > 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow p > 3.$$

г) Щом единият корен е отрицателен, а другият е положителен, т.е.  $x_1 < 0 < x_2$ , то трябва да е изпълнено неравенството  $(p-2)f(0) < 0$ . Тъй като отрицателният корен има по-голям модул от положителния, то разстоянието от  $x_1$  до 0 върху числовата ос е по-голямо от разстоянието от  $x_2$  до 0, а това означава, че абсцисата  $x_0$  на върха на параболата  $f(x)$  е отрицателна, т.е.  $x_0 < 0$ . За конкретната задача това неравенство е  $\frac{-p}{p-2} < 0$ , т.е.  $p(p-2) > 0$ . И така, изискването в разглежданото подусловие г) ще бъде удовлетворено тогава, когато е изпълнена следната система от неравенства

$$\left| \begin{array}{l} (p-2)(p-3) < 0 \\ p(p-2) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2 < p < 3 \\ p < 0 \vee p > 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow 2 < p < 3,$$

т. е. при  $p \in (2;3)$  единият корен е отрицателен, а другият е положителен, като отрицателният има по-голям модул от положителния.

д) И двата корена на даденото уравнение са по-големи от 1, съгласно Теорема 2, когато е изпълнена системата от неравенства

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ (p-2) \cdot f(1) > 0 \\ 1 < \frac{-2p}{2(p-2)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^2 - (p-2)(p-3) \geq 0 \\ (p-2)(4p-5) > 0 \\ \frac{2p-2}{p-2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \geq 1,2 \\ p < 1,25 \vee p > 2 \\ 1 < p < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1,2 \leq p < 1,25 .$$

Следователно при  $p \in [1,2;1,25)$  и двата корена на даденото уравнение са по-големи от 1.

е) Задачата се решава аналогично, прилагайки Теорема 3.

Отг.:  $p \in (2;+\infty)$ .

з) Единият корен е правилна положителна дроб, а другият е по-голям от 1, т.е. в сила е наредбата  $0 < x_1 < 1 < x_2$  тогава и само тогава (съгласно Следствие 1), когато е изпълнена системата неравенства

$$\begin{cases} (p-2) \cdot f(1) < 0 \\ -\frac{2p}{2(p-2)} > 0 \\ (p-2) \cdot f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (p-2)(4p-5) < 0 \\ p(p-2) < 0 \\ (p-2)(p-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,25 < p < 2 \\ 0 < p < 2 \\ p < 2 \vee p > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1,25 < p < 2 .$$

Следователно при  $p \in (1,25;2)$  е налице наредбата  $0 < x_1 < 1 < x_2$ .

и) Според Следствие 6, само единият корен е в интервала  $(0;1)$ , когато е изпълнено неравенството  $f(0) \cdot f(1) < 0$ , което в разглеждания пример има вида

$$(p-2)(p-3)(p-2)(4p-5) < 0 \Leftrightarrow (p-1,25)(p-2)^2(p-3) < 0 .$$

Решенията на последното неравенство са числата  $p \in (1,25;2) \cup (2;3)$ .

Въпреки, че примерите в следващите подусловия не са цел на разглеждане в настоящата статия, тук ще отбележа само, че и от математическа, и от методическа гледна точка е важно при разглеждането на подусловие к) „уравнението има един реален корен“ и подусловие л) „уравнението има един двоен корен“ да се изтъкне различието между тези две изисквания. Уравнението има един реален корен или, ако то е линейно с едно решение – при  $p = 2$ , или ако е квадратно с



дискриминанта, равна на 0 – при  $p = 1, 2$ , т.е. отговорът в пример к) е  $p \in \{2; 1, 2\}$ . Докато уравнението има един двоен корен тогава и само тогава, когато то е квадратно ( $p \neq 2$ ) и дискриминанта му е равна на нула, т.е. отговорът в пример л) е само  $p = 1, 2$ . Опитът показва, че за осмисляне на посоченото различие е много ефективно използването и на геометрична интерпретация за двата случая, а именно – в пример к) единственият корен на даденото уравнение се явява пресечна точка на линейна функция с оста Ох, докато двойният корен на квадратното уравнение в пример л) се явява допирна точка на парабола с оста Ох.

Практиката показва още, че формулирането на задачата с много подусловия, а с едно и също уравнение (както в задача 1) има и друг ефект – икономия на учебно време, защото многократно се използват някои от получените изрази или намерените междинни резултати.

Задача 2. Дадено е квадратното уравнение  $x^2 - 2ax + a = 0$ , където  $a$  е реален параметър. Да се намерят стойностите на параметъра  $a$  така, че един от корените му да бъде не по-голям от 2, а другият корен да е между 3 и 4.

*Решение.* За решаването на задачата може да се използва комбинация на следствия 2 и 5. От условието на задачата е ясно, че за корените му трябва да е изпълнена наредбата  $x_1 \leq 2 < 3 < x_2 < 4$ . Разположението им на числовата ос е

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{10em}} \\ x_1 \leq 2 \qquad 3 < x_2 < 4 \end{array}$$

Като се приложат посочените следствия, се стига до извода, че трябва да са изпълнени неравенствата от следната система

$$\begin{cases} f(2) \leq 0 \\ f(3) < 0 \\ f(4) > 0 \\ a < 4. \end{cases}$$

Ще отбележа веднага, че поради специфичната информация в задачата – разстоянието между 2 и 3 е равно на разстоянието между 3 и 4, а  $x_1 \leq 2$ , тази система може да се минимизира като се изостави последното неравенство, защото очевидно абсцисата  $x_0 = a$  на върха на параболата е по-малка от 4. Тогава системата е равносилна на

$$\begin{cases} 4 - 4a + a \leq 0 \\ 9 - 6a + a < 0 \\ 16 - 8a + a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a \geq 4 \\ 5a > 9 \\ 7a < 16 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9}{5} < a < \frac{16}{7}.$$

Следователно корените на даденото уравнение удовлетворяват посочената наредба при  $a \in \left(\frac{9}{5}; \frac{16}{7}\right)$ .

Задача 3. За кои стойности на  $n$ , корените на уравнението  $x^2 + x + n = 0$  са по-големи от  $n$ ?

*Решение.* За решаването на задачата трябва да се приложи Теорема 2. Така се получава системата

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ 1 \cdot f(n) > 0 \\ n < -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4n \geq 0 \\ n^2 + 2n > 0 \\ n < -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq \frac{1}{4} \\ n < -2 \vee n > 0 \\ n < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Задача 4. Да се докаже, че за всяка реална стойност на параметъра  $m$  корените на уравнението

$$(m^2 - m + 2)x^2 - (2m^2 - 2m + 5)x + m^2 - m + 2 = 0$$

са положителни и различни.

*Решение.* Първо ще отбележа, че уравнението е реципрочно (старшият му коефициент и свободният член са равни). Освен това те са положителни за всяко  $m$ , т. е.  $m^2 - m + 2 > 0$ , защото дискриминантата на този квадратен тричлен е отрицателна. Тогава, съгласно Теорема 2, корените на уравнението ще са различни и по-големи от 0 тогава и само тогава, когато е изпълнена системата неравенства

$$\begin{cases} D > 0 \\ a \cdot f(0) > 0 \\ 0 < -\frac{b}{2a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m^2 - 2m + 5)^2 - 4(m^2 - m + 2)^2 > 0 \\ (m^2 - m + 2)^2 > 0 \\ 0 < \frac{2m^2 - 2m + 5}{2(m^2 - m + 2)} \end{cases}$$

Очевидно второто и третото неравенство в нея са изпълнени за всяко  $m$ , затова тя се редуцира до първото неравенството. То е еквивалентно на  $4m^2 - 4m + 9 > 0$ , което също е изпълнено за всяко  $m$ , защото има отрицателна дискриминанта. Следователно твърдението в задачата е доказано.

Задача 5. За кои стойности на параметъра  $p$  неравенството  $x^2 + (p+1)x - 6p^2 + 13p - 6 < 0$  е изпълнено за всяко  $x \in [2;3)$ ?

*Решение.* Тъй като старшият коефициент на неравенството е 1, то изискването в задачата ще бъде удовлетворено, когато е изпълнена системата от неравенства

$$\begin{aligned} & \begin{cases} f(2) < 0 \\ f(3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 2(p+1) - 6p^2 + 13p - 6 < 0 \\ 9 + 3(p+1) - 6p^2 + 13p - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 6p^2 - 15p > 0 \\ 3p^2 - 8p - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p < 0 \vee p > 2,5 \\ p \leq -\frac{1}{3} \vee p \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow p \leq -\frac{1}{3} \vee p \geq 3. \end{aligned}$$

Следователно при  $p \in (-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [3; +\infty)$  даденото неравенство е изпълнено за всяко  $x \in [2;3)$ .

Задача 6. Дадено е уравнението

$$(x^2 - 2x + 2)^2 - m(x^2 - 2x + 2) + 3 = 0 \quad (1)$$

За кои стойности на реалния параметър  $m$  уравнението има четири реални, различни, положителни корена?

(Задачата е от конкурсен изпит на СУ „Св. Климент Охридски“, 1992 г.).

*Решение.* Чрез субституцията  $x^2 - 2x + 2 = y$ , където  $y > 0$ , тъй като дискриминантата на квадратния тричлен е отрицателна, даденото уравнение се свежда до квадратното уравнение  $y^2 - my + 3 = 0$  (2)

Тогава уравнение (1) ще има четири реални, различни, положителни корена тогава, когато квадратното уравнение (2) има два реални, различни, положителни корена  $y_1$  и  $y_2$  такива, че като се заместят в субституцията, получените квадратни уравнения  $x^2 - 2x + 2 - y_1 = 0$  и  $x^2 - 2x + 2 - y_2 = 0$  също да имат по два реални, различни, положителни корена. Ако с  $D$  се обозначи дискриминантата на уравнение (2), а с  $D_1$  и  $D_2$  – съответно на последните две уравнения, то използвайки и формулите на Виет, се получават неравенствата  $D > 0$ ,  $m > 0$ ,  $D_1 > 0$ ,  $D_2 > 0$ ,  $2 - y_1 > 0$  и  $2 - y_2 > 0$ , които трябва да бъдат изпълнени едновременно, т.е. в система. Понеже  $D_1 = 1 - 2 + y_1$  и  $D_2 = 1 - 2 + y_2$ , то от последните четири неравенства се получава следната наредба  $1 < y_1 < y_2 < 2$ , която трябва да удовлетворяват корените на уравнение (2). Съгласно Следствие 3 тази наредба се осигурява от системата

$$\left| \begin{array}{l} D > 0 \\ f(1) > 0 \\ f(2) > 0 \\ 1 < -\frac{b}{2a} < 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} m^2 - 12 > 0 \\ 4 - m > 0 \\ 7 - 2m > 0 \\ 1 < \frac{m}{2} < 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} m < -2\sqrt{3} \vee m > 2\sqrt{3} \\ m < 4 \\ m < 3,5 \\ 2 < m < 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow 2\sqrt{3} < m < 3,5.$$

Следователно при  $m \in (2\sqrt{3}; 3,5)$  уравнение (1) има четири реални, различни, положителни корена.

Задача 7. За кои стойности на реалния параметър  $p$  няма корени уравнението  $3x^4 + 2(p-3)x^3 + 2px^2 + 2(p-3)x + 3 = 0$ ? (3)

*Решение.* Уравнението е реципрочно и очевидно  $x \neq 0$ . Затова може да се раздели на  $x^2$ , в резултат на което се получава равносилното уравнение

$$3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2(p-3)\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2p = 0.$$

От субституцията  $x + \frac{1}{x} = y$  (4) чрез  $y$  се изразява изразът в първата скоба:  $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$ . Тогава уравнение (3) добива вида

$$3y^2 + 2(p-3)y + 2p - 6 = 0 \quad (5)$$

Затова преформулираме задачата по следния начин „Уравнение (3) няма корени тогава, когато или уравнение (5) няма реални корени, или то има реални корени  $y_1$  и  $y_2$  такива, че като се заместят в субституцията (4) получените уравнения  $x^2 - y_1x + 1 = 0$  и  $x^2 - y_2x + 1 = 0$  да нямат реални корени“. Това означава, че трябва да се разгледат два случая:

Случай 1.  $D < 0$ ;

Случай 2.  $D \geq 0 \wedge D_1 < 0 \wedge D_2 < 0$ .

Понеже  $D = p^2 - 12p + 27$ , то в случай 1 се получава неравенството  $p^2 - 12p + 27 < 0 \Leftrightarrow 3 < p < 9$ , т.е.  $p \in (3; 9)$ .

От  $D_1 = y_1^2 - 4 < 0$  и  $D_2 = y_2^2 - 4 < 0$  следва, че за корените на уравнение (5) трябва да бъде изпълнена следната наредба  $-2 < y_1 \leq y_2 < 2$ . Тогава в случай 2 се получава системата неравенства

$$\left| \begin{array}{l} D \geq 0 \\ 3.f(2) > 0 \\ 3.f(-2) > 0 \\ -2 < -\frac{2(p-3)}{2.3} < 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} p^2 - 12p + 27 \geq 0 \\ 12 + 4(p-3) + 2p - 6 > 0 \\ 12 - 4(p-3) + 2p - 6 > 0 \\ -6 < -p + 3 < 6 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} p \leq 3 \vee p \geq 9 \\ p > 1 \\ p < 9 \\ -3 < p < 9 \end{array} \right. \Leftrightarrow 1 < p \leq 3.$$

Като се обединят резултатите от двата случая, се получава, че уравнение (3) няма корени при  $p \in (1;9)$ .

До наредба на корени се свеждат и някои показателни уравнения с параметър. Такава, например, е следната

Задача 8. Дадено е уравнението  $4^x - a \cdot 2^x - a + 3 = 0$ . Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които уравнението има:

- поне едно решение;
- точно едно решение;
- две реални различни решения.

*Решение.* Чрез субституцията  $2^x = y$ , където  $y > 0$  (от свойството на показателната функция), даденото уравнение приема вида

$$y^2 - a \cdot y - a + 3 = 0 \quad (6)$$

Тогава даденото уравнение ще има поне едно решение тогава и само тогава, когато уравнение (6) има поне един положителен корен. Понеже дискриминантата на (6) е  $D = a^2 + 4a - 12$ , то тя е неотрицателна при  $a \in (-\infty; -6] \cup [2; +\infty)$ .

Имайки пред вид формулите на Виет  $y_1 + y_2 = a$  и  $y_1 \cdot y_2 = 3 - a$ , става ясно, че ако  $a \in (-\infty; -6]$ , то  $y_1 + y_2 < 0$  и  $y_1 \cdot y_2 > 0$ , което означава, че в този случай и двата корена на уравнение (6) са отрицателни и следователно числата  $a \in (-\infty; -6]$  не са отговор на подусловие а). Ако  $a \in [2; +\infty)$ , то  $y_1 + y_2 > 0$ , което осигурява поне единият корен на (6) да е положителен. Следователно при  $a \in [2; +\infty)$  даденото уравнение има поне едно решение.

б) Даденото уравнение ще има точно едно решение, когато (6) има само един положителен корен, т. е. когато е изпълнена наредбата  $y_1 \leq 0 < y_2$ , а тя се осигурява от Теорема 1. Като се приложи тя, се получава  $a \geq 3$ . Веднага трябва да се отбележи, че при  $D = 0$ , т.е. при  $a = 2$  уравнение (6) също има един положителен корен. Следователно при  $a \in \{2\} \cup [3; +\infty)$  даденото уравнение има точно едно решение.

в) Две реални различни решения ще има даденото уравнение, когато уравнение (6) има два различни положителни корена, а това

означава да е изпълнена наредбата  $0 < y_1 < y_2$ . Тя се осигурява от Теорема 2. Като се приложи тя, се получава резултатът  $a \in (2;3)$ .

За самостоятелна работа предлагам следните задачи:

Задача 9. Да се намерят всички стойности на  $k \neq -1$ , за които корените на уравнението  $(k+1)x^2 - 3kx + 4k = 0$  са по-големи от 1.

$$\text{Отг.: } k \in \left[-\frac{16}{7}; -1\right)$$

Задача 10. За кои цели стойности на параметъра  $a$  корените на уравнението

$$\frac{2x-a}{x+2} - \frac{x+a}{x^2-4} = \frac{4x-a}{2x-4}$$

са между -6 и -1?

$$\text{Отг.: } a \in \{-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4\}$$

Задача 11. При кои стойности на параметъра  $k$  точно единият от корените на уравнението  $x^2 - (k+1)x + k + 3 = 0$  принадлежи на интервала  $(2;3)$ ?

$$\text{Отг.: } k \in (4,5;5)$$

Задача 12. За кои стойности на параметъра  $p$  уравнението  $x^4 + px^3 + (3p+29)x^2 + px + 1 = 0$  има четири реални, различни корена?

$$\text{Отг.: } p \in (-\infty; -31) \cup (-6,2; -6) \cup (18; +\infty)$$

Задача 13. За кои стойности на параметъра  $a$  уравнението  $a \cdot 9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$  има два корена, от които единият е отрицателен, а другият е положителен?

$$\text{Отг.: } a \in (2;3)$$

Задача 14. Да се изследва, в зависимост от стойностите на параметъра  $p$ , броят на решенията на уравнението:

$$\text{а) } 144^{|x|} - 2 \cdot 12^{|x|} + p = 0;$$

$$\text{б) } 9^{-|x-2|} - 4 \cdot 3^{-|x-2|} - p = 0.$$

Отг.: а) При  $p \in (-\infty; 1)$  – две решения; при  $p = 1$  – едно решение; при  $p \in (1; +\infty)$  – няма решение.

Отг.: б) При  $p \in (-\infty; -3) \cup [0; +\infty)$  – няма решение; при  $p \in (-3; 0)$  – две решения; при  $p = -3$  – едно решение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маврова, Р., Д. Бойкина, В. Милушев. Решаване на ирационални параметрични уравнения и неравенства чрез онагледяване. – Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски“, т. 47, кн. 2, 2010, с. 69-80.
2. Математика - учебно помагало за държавен зрелостен и кандидат-студентски изпит в четири части, Част I „Алгебра“. Пловдив: Изд. „Летера“, 2004. (Колектив с ръководител Л. Портев).
3. Паскалев, Г., Здр. Паскалева. Математика за 8. клас. С.: „Архимед“, 2006.
4. Паскалев, Г., Здр. Паскалева. Математика за 10. клас. С.: „Архимед“, 2008.

**A SYSTEM OF NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR  
THE LOCATION OF THE ROOTS OF A SQUARE TRINOMIAL ON  
THE NUMBER AXIS AND SOME OF THEIR APPLICATIONS**

*Dobrinka Boykina*

**Absract**

In the present paper we have systemized different statements, which ensure necessary and sufficient condition for the location of the roots of a parametric equation in relation to random intervals. Applications of these statements for solving concrete problems with parameters are presented.



## ОБРАЗОВАТЕЛНИ АСПЕКТИ НА ЕКОЛОГИЧНАТА ЕТИКА

*Златка Ваклева*

Интересът към екологичната етика (ЕЕ) като нова научна и дисциплинарна област нараства непрекъснато. Този интерес е обусловен от необходимостта за преолодяване на екологичния кризис и хуманно отношение към всичко живо.

Възникнала на границата между две науки – екология и етика, ЕЕ се отличава със своята интердисциплинарност и многоаспектност.

През последните години ЕЕ се развива с бързи темпове възникнали от обстоятелства, чиято поява и широко разпространение бележи тревожна мащабност на приложение като например: глобално затопляне, изчерпване на природните ресурси, генно модифицирани организми и храни.

Като учебна дисциплина ЕЕ намира все по-често място в подготовката на студентите от редица хуманитарни вузове [2], [3], [7]. При изследване на литературата [1], [4], [6], [11] се установяват подобни примери в училищното и извънучилищно образование на учениците.

Кои са основните аспекти на ЕЕ като учебна дисциплина? Това е въпросът, който стои в основата на настоящата разработка. В нея основно място заемат съдържателните аспекти на дисциплината ЕЕ.

### **Кратък теоретичен обзор**

#### **Възникване на екологичната етика**

Много хора свързват началото на екологичната етика с първия Ден на Земята, който се провежда на 22 април 1970 г., в Съединените щати. На този ден, организатори на празника и активисти от цялата страна се събират и искат да накарат хората и политическите лидери да осъзнаят необходимостта от грижата и опазването на околната среда. Осъзнато бе, че отговорностите към околната среда трябва да бъдат разработени и приложени към нашето ежедневие.

На 22. 04. 1970 г. Американският сенатор Гейлърд Нелсон открива първият официален Ден на Земята с цел да привлече общественото внимание, за да се приемат необходими закони за почистването на замърсените реки и другите източници на питейна вода. Този ден повишава осведомеността на хората, пробужда тяхното съзнание, както и много въпроси свързани с околната среда.

След като става ясно, че хората носят отговорност за природата, то тогава възниква въпросът до каква степен се простира тази отговорност. Това естествено довежда до много въпроси, като например, дали Земята съществува напълно за човечеството? Какви са правата на нечовешки видове и имаме ли задължения към тях? Имаме ли задължения към бъдещите поколения?

Това събитие се предшества от много други обстоятелства. Може би най-старото от тях е от 1949 г. публикуването на книгите „Календар на пясъчното графство“ на американския естественик Алдо Леополд [5] (1887–1948) и „Култура и етика“ на философа Алберт Швайцер [12].

Тези първи работи са опит за преосмисляне мястото на човека в системата на взаимоотношения „общество-природа“.

След поредица от статии, посветени на развитието на основите на екологичната етика (Д. Б. Коб-младши, В. Блекстоун, Р. Ритли), през 1972 г. съорганизира първата конференция на тема „Философия и екологична криза.“

1964 г. Жан Дорст публикува книгата с красноречивото название „До тогава когато природата умре“.

През 1972 г. група учени под ръководството на Денис Медоуз представят „Предел на растежа. Доклад на Римския клуб“

Съдържащ прогноза за гибелта на човечеството, ако не бъде установен икономическия растеж.

През 70–80 год. На миналия век философите Линзи, Сингер и Риган формулират понятието „права на животните“, въз основа на което по-късно се сформира Движение за освобождаването на животните.

1982 год. на световна Асамблея на ООН е приета Световна харта за природата – международен документ, който утвърждавал, че всички форми на живот имат право на съществуване. Етиците в България следват световните тенденции, макар и с малко закъснение. Формира се развива българската етическа общност. Осъществения преход от традиционно към урбанизирано, индустриално общество, разпад на традиционните ценности, развитие на образователната система, това са някои от основните промени в страната и обществото, които пораждат редица етични проблеми отразени в литературата [8], [10], [13]. Изследователите в тази област започват да правя анализи и диагностика на процесите свързани с моралната криза. Институции и отделни изследователи се включват в европейски изследователски структури. Съществува специализиран департамент в Брюксер, който е отговорен за етическите изследвания в европейската общност.

Специално в областта на ЕЕ при изследването е констатирана една монографична разработна „Екологична етика“ на Гено Матеев [7].

Основания за възникване на екологичната етика:

- Екологичната етика заедно с биоетиката е едно от най-бурно развиващите се направления на научното познание от 60-те години насам.
- Централният въпрос е: Как обществото чрез своите ценности и норми въздейства върху биологичните процеси?
- Съвременните технологии, откритията на биологията и медицината изискват нови решения.
- Диференциация и интеграция, комплексност и междудисциплинарност на съвременното научно познание. Заличаване на границите и прехвърляне на концептуални мостове между най-различни области.

Дисциплинарната област ЕЕ възниква през 70-те години на 20-ти век, като нейното преподаване започва във вузовете на САЩ, Канада, Англия, Финландия и др. страни.

### **Същността на ЕЕ**

Екологичната етика (ecological ethics), означавана още с термините „етика на околната среда“ („environmental ethics“) и „екоетика“ („eco-ethics“), изучава моралните норми и ценности, регулиращи взаимоотношенията между природата и човека.

*Обект* – е моралното отношение на човека към природата, включващо моралното отношение и към бъдещото човечество, което е или ще бъде изправено пред екологични проблеми.

Природата може да бъде обект на морално отношение само при наличие на екологично съзнание (съзнание за единството на природата и взаимовръзките между всички нейни части).

*Предмет* – разработване на комплекс от етични принципи и правила, регулиращи нравственото отношение на човека към Природата и определящи границите за неговата намеса в околната среда.

*Основна цел* – постигане на хармония на човека със света и със себе си.

**Основни задачи** на ЕЕ е да подпомогне изграждането на нов екологичен морал, на нови ценностни нормативи, необходими при комплексното оценяване на дадена екологична ситуация, както и за теоретичното обосноваване на дългосрочни мерки, свързани с опазването на природната среда.

ЕЕ е: система от ценности и принципи, регулиращи отношението на човека към природата; разновидност на приложната етика и е свързана с философската и нормативна етики; разглежда моралните отношения между хората и тяхната естествена среда.

В нейната област на изучаване са определените отговорности на хората към естествения свят. ЕЕ се стреми да помогне на хората и техните лидери да разберат същността на тези отговорности и посочва как да действат отговорно, когато правят неща, които влияят на естествения свят.

ЕЕ разкрива непрекъснато обромния си потенциал при приложение в различни области на социалния ни живот. Образователните аспекти са само малка част от сферата на изследвания, които могат да бъдат отнесени към нея.

Тя е свързана с процеса на формиране на екологично мислене у обучаваните, възпитаване на етично отношение и любов към живота. Позволява да се осъзнае ценността на всяко живо същество и взаимозависимостта на всичко живо.

В този смисъл е необходимо разкриване на знания за еволюцията на отношението между човека и природата в неговите основни етапи. Разглеждане на прорадата като ценност, както и правата на природата.

Търсенето на основите в разработването на концепцията за правата на природата достигаме до присъствието на влиятелни личности и мислители. Между тях е Джон Лок (1632–1704) – английски физик и философ, смятан за един от най-влиятелните мислители на своето време.

През XVII век той разработва концепцията за моралните (вродени, вечни, неотменими, присъщи, природни) права. Той е мислел, че всеки човек от момента на раждането (независимо от расата и пола) има вродени морални права на живот, свобода, здраве, стремеж към щастие. Затова всички хора са равни. Тези морални права, естествено, се отличават от юридическите права имащи правова, не морална база. Но тук той не включва природата. След три века западните философи разширили неговите възгледи, предлагайки да се дадат морални права на живите и неживи обекти в природата.

През 70-те години на XVII век демократичната идеология се разширява. Известни са идеите на Джеферсън за общество на „равните“ хора. Последвалата отмяна на робството. Правата на индианците, трудещите се и жените стават злободневна тема Д. Мюир, Е. Еванс и Д. Мур първи започват да говорят, за това, че съобществото към което

принадлежат хората не завършва с тях. Екологията е наука за взаимозависимостта на съобществата, поддържайки тази идея, те предоставят нови научни доводи в полза на разширяване на етическите норми.

Не можем да не се спрем на популярните мисли изказани от Алберт Швайцер: „*Етиката е безгранична отговорност за всичко живо*“; „Истински нравствен е човекът само тогава, когато се подчинява на вътрешен импулс да помага на всичко живо, на което може да се помогне и въздържайки се от това, да причинява на живота каквато и да е вреда.“ [12]

Ако разглеждаме ЕЕ от исторически позиции, това може да се представи във вид на особени, създадени от човека ограничения, морални клапани. Те събуждат съвестта на човека, пречат му да унищожи природата, напомняйки, че да се постъпва така е неправилно. Както е писал бащата на ЕЕ А. Леополд – „ЕЕ – това е ограничение на свободата на действие в борбата за съществуване.“ [5]

Дълго време човек се е отнасял към природата като към вещ. Например, масовото убийство на хора винаги се е разглеждало като престъпление против човечеството, а масовото убийство на малките на тюлените – като стопанска дейност. Изтезаването на човека днес е криминално престъпление, наказвано от закона, а коридата, по време на която по особено сложен начин се малтретират бикове, доскоро се считаше за романтична традиция привличаща туристи.

Ние виждаме от приведените примери, че човекът е морален партньор, субект (притежаващ морален статус и права), а тюлените и биковете – като обекти или вещи. С други думи, вредата нанесена на природата като обект, се оценява само от гледна точка на загубата нанесена на друг човек, организация, държава, в чиято собственост се намира природата.

Да приведем такъв пример: ние вземаме камъка от пътя и отчупваме от него парче. Това по никакъв начин не влияе на камъка, защото той е обект, вещ. Такова е било отношението на хората от близкото минало, а в някой случаи и сега и към живите същества: дървета, цветя, жаби, птици и др. Много хора ги считат за вещи. Ходи се на лов за диви патици за развлечения, късат се цветя просто така, чупят се клоните на дърветата. В най-добрия случай ще ви накажат за нанесена вреда на ловното или горско стопанство.

*Насинете окоето на съседа си и вас ще ви привлекат под отговорност именно за вреда, причинена на този човек, а не на вреда нанесена на горско или ловно стопанство, където работи той.*

***ЕЕ зачертава тази несправедлива практика. Тя заявява, че не само към човека, но и към всички други живи същества, а така също екосистеми и даже, както утвърждават някои екофилософи, към участъци от неживата природа, трябва да се отнасяме като морален партньор (субект), а не като към вещ.***

С други думи, ЕЕ повдига летвата и включва към човешкото морално съобщество всички големи и малки наши събрата – катерици, врабчета, китове, пеперуди, бактерии, както и неживата природа.

Да направим отношението ни към природата етично – значи да приемем в сферата на нашия морал не само „себеподобните“, например висшите животни, но и „до голяма степен, ако не и всички останали“ – растения, реки, гори, звезди и т. н. Защото всичко от посочените е достатъчно ценно само по себе си и следователно морално значимо.

Заедно с това трябва да се подчертае, че в самата природа не съществува етика. Например ако вълкът е задигнал козата – това не е нито добро, нито лошо. ЕЕ съществува само в моралните отношения на хората към природата, нейният ***предмет*** на изследване са тези морални отношения.

ЕЕ се старее да направи така, че живите същества, по възможност по-малко да страдат и загиват по вина на човека, особено без сериозно основание за това.

*Въпреки това, ЕЕ не поставя за своя цел умишленото страдание и смъртта на живите същества от естествени причини и за разлика от екологията, не оценява техните взаимоотношения, това не е неин предмет.*

ЕЕ мотивира природозащитни действия в две направления:

1. Хората действат или избягват действията от съображение и заради благото на природата, опазват природата заради нея самата;
2. Тези действия се извършват от морален принцип, без каквито и да било користни интереси на човека, дори и да му навреди.

В този смисъл, ЕЕ – това е учение за етничните отношения на човека към природата, основани на възприемането на природата като член на морално съобщество, морален партньор (субект), равноправен и равноценен на всичко живо, а така също ограничаване правата и потребностите на човека.

ЕЕ има три основни задачи:

***Първата*** – разрушаване на старото, потребителско, нехуманно отношение към природата, основано на антропоцентристкия мит, че

човекът е център и господар на природата. Антропоцентризма и прагматизма – това е, против което застава ЕЕ.

**Втората** – изработване на нов, екологичен светоглед, основан на това, че не всичко трябва да се прави в името на човека и за благо-то на човека.

**Трета** – разработване теоретичните основи на охраната на природата.

### **Екологичната етика и правата на природата**

Един от „откритите“ и най спорни проблеми на ЕЕ е проблемът за правата на природата.

В най-общ вид историята за правата въобще свързваме с древните векове и борбата с робството и безправие. Постепенно извоювали своите права негрите/чернокожите, жените и децата. Сега на човечеството остана да направи последната крачка – да признае правата на всички живи същества, а така също екосистемите в дивата природа, т. е. да освободи от „робство“ и „безправие“ цялата природа.

Права на природата – това е етическа или юридическа категория, а не факт, не вещ. Тези права не съществуват сами по себе си, а са отражение на морала или юридическата практика на определено човешко общество.

Например културата и религията на американските индианци и азиатските будисти предполагат наличие на права у животните, и затова тези права се защитавали от хората.

В Карпатите, в западна Украйна, местното население присъжда-ло на мечките правото на плячка от селскостопанските животни. Считало се, че мечката има право да отвлече до 10 крави. Също така са признавали правото на живот на мечката. Убийство или не на мечка отвлякла говедо се решавало от специален съд от уважавани в селото хора.

Природата може да притежава естествени права – с етическо значение и юридически права – утвърдени в закони. Теоретически права трябва да имат екосистемите, животните, растенията и микро-организмите.

Първата страна в света признала правата на природата, това е Еквадор.

Резолюция за необходимостта от признаване правата на човеко-подобните маймуни е приел неотдавна Екологическия комитет към Парламента в Испания.

Признаване правата на природата от цялото човечество е дълъг и труден процес. Всъщност признаването правата на природата е нещо като екологическа революция, преди всичко за юридическата практика по защита на природата. Може да се съдят виновниците за нарушаване правата на природата.

Няколко основни момента са свързани с утвърждаването правата на природата: приемане на Декларация за правата на природата аналогична на Декларацията за правата на човека на ниво ООН.

Въвеждане на понятията „права на природата“ и „права на животните“, теоретичната им разработка и популяризация.

Въвеждане на длъжност – адвокат по защита на животните. Съблюдаване на посочените норми с практиката на природоползване.

*Международен ден за правата на човека на 10 декември 1948 г. Общото събрание на ООН приема Всеобща декларация за правата на човека. Чества се от 1950 г.*

Световната декларация за Правата на Животните е тържествено обявена в Париж на 15 октомври 1978 от ЮНЕСКО. Текстът, редактиран от Международна лига за Правата на Животните през 1989, е предоставен на Генералния директор на ЮНЕСКО през 1990 година и публикуван същата година. Декларацията е публикувана, но няма обвързване на страните-членки към Юнеско относно нея.

Разработен е текст за Декларация за благосъстоянието на животните, която е депозирана на равнище ООН и страните членки.

Съществуват множество философски обосновки, защо хората са длъжни да предоставят на животните и растенията морални права. Съгласно едно от тях се утвърждава, че всяко живо носи в себе си правото на живот, а признаване правото на живот е и едновременно признаване на нашето задължение да уважаваме това право.

Морални права, които може да притежават дивите животни, растения, участъци от дивата природа и обекти на неживата природа.

Дивите животни имат: право на живот; право на свобода от човешка намеса; право на защита от ненужно страдание; право на продължаване на живота (репродукция, възпроизводство); право на здравословна среда на обитание; право на стремеж към щастие (благодеяние); право на реализация на еволюционния потенциал.

Дивите растения имат: право на живот; право на свобода от човешка намеса; право на възобновяване; право на обезпечаване на жизнената дейност; право на благодеяние; право на реализация на еволюционния потенциал.



За природата като цяло могат да се отбележат: право на съществуване; право на свобода от човешка намеса; право на благоденствие; право на осъществяване на своята еволюционна съдба.

Обектите от неживата природа (скали, реки и др.) имат право на съхранение.

Тук трябва да отбележим, че в случай на конфликт на морални права, например между животни и хора, екоетиците изработват следната позиция. Както човекът, така и животните имат свои базови жизненоважни и нежизненоважни интереси. Към базовите морални права може да се отнесат правото на живот, свобода, възпроизводство. Към небазовите, например правото да се слуша музика. Затова, ако има морален конфликт би трябвало небазовите морални права на хората да се подчиняват на базовите морални права на животните и обратно. Ако става въпрос за конфликт между базови права на хора и животни, тогава се дава приоритет на базовите права на хората.

Ценността на природата произтича от нейната „полезност“. Тази „полезност“ може да бъде разделена на две категории: „полезност“ за другите – външна ценност и „полезност“ за себе си – вътрешна ценност или самоценност.

Външната ценност на природата: историко-културна ценност; патриотична ценност; религиозна ценност; естетическа ценност; етична ценност – природата е източник на уважението, любовта, смиреннието и добротата; символична ценност – природата е арсенал от кодови образи, съдържа много символи, вдъхновява създаването на митични образи.

Към посоченото можем да добавим и открием следните ценности на природата:

**Духовна ценност** – природата е източник на творчески сили, спокойствие, духовност, изпитване на чувства като единение, близост и др.

**Еталонна ценност** – притежава дивата природа. В този смисъл тя се явява еталон, образец на един или друг естествен обект. Дава възможност да се сравнят природните еталони с териториите използвани за стопанската практика. Така могат да се прогнозират различни явления и процеси важни за науката и стопанската дейност.

**Научна ценност** – природата е ресурс за изследвания, полева лаборатория за фундаментални и приложни изследвания. В природата се намират отговорите на въпроси, които човекът още не е формулирал.

**Музейна ценност** – природата представлява велик, естествен музей, необходим за по-нататъшното съществуване и развитие на човечеството.

**Образователна и възпитателна ценности**

**Екологична ценност** – учените считат, че само благодарение на оцелелите територии от дивата природа е възможно да се възстанови равновесието в природата.

**Защитата от болести** като ценност.

Посочените и много други образователни аспекти на ЕЕ, обект на по-нататъшни публикации, доказват неоспоримата важност от присъствието на тази дисциплинарна област в образователната ни система, както и възможностите за методична разработка и приложимост на системата от съдържателни елементи, които включва.

Разработката няма претенциите за всеобхватност и изчерпателност на разглежданата тематика.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Атасой, Е. Екологичната етика в екологичното възпитание. – Екология биология биотехнология, 2007, 1, 50–62.
2. Борейко В. Е. Экологическая этика в вузе.  
<http://ecoethics.ru/b68/content.html>
3. Ильиных, И. Экологическая этика – учебное пособие. Горно-Алтайск, 2009, 434 с.
4. Костова, Здр. Формирането на екологична етика – приоритетна цел на образованието. – Педагогика 1993, 10, 30–39.
5. Леопольд О. Календарь песчаного графства.  
<http://ecoethics.mrsu.ru/ru/feet.shtml>
6. Логиновская, Л., Т. Силич, С. Ставропольцева. Биоэтика и экоэтика для школьного и внешкольного образования – учебно-методическое пособие. Минск, 2008, 184 с.
7. Матеев, Г. Екологична етика. Изд. Сириус 4, 2001, 260 с.
8. Мирчева, И. Загуба на ценностна ориентация. – Философски алтернативи, 1997, 3, 134–142.
9. Назаров В.Н. Прикладная этика. М., 2005, стр. 195–212.
10. Проданов, В. Етиката в България – вчера, днес и утре. В сб. Етиката в България – вчера днес и утре, Велико Търново, FABER, 2005, 7–29.

11. Экологическая этика от А до Я. Пособие для школьников, их учителей и родителей. Под ред. Т. Мишаткиной и С. Мельнова. Минск, 2008, 174 с.
12. Швейцер А. Этика благоговение перед жизнью.// Культура и этика. <http://ecoethics.mrsu.ru/ru/biblio/shvei01/txt26.htm>
13. The Blackwell Companion to Philosophy, 2<sup>nd</sup> ad. ad., Nicholas Bunnin and E. P. Tsui-James Oxford: Blackwell Publishing, 2003.

## EDUCATIONAL ASPECTS OF ENVIRONMENTAL ETHICS

*Zlatka Vakleva*

### **Abstract**

The material includes some educational aspects of environmental ethics in the content as a scientific discipline. Described are againteoretical in tone direction.



## ЦЕЛИ И СЪДЪРЖАНИЕ НА БИОЛОГИЧНОТО ОБРАЗОВАНИЕ И ОБУЧЕНИЕ НА ФОНА НА ОБРАЗОВАТЕЛНИТЕ РЕФОРМИ В БЪЛГАРСКОТО УЧИЛИЩЕ – МЕТОДОЛОГИЧЕСКИ ПОСТАНОВКИ И МЕТОДИЧЕСКИ ФОРМАТИ

*Грозданка Ставрева*

### Част първа: Методологически постановки

**Мотиви** за настоящото проучване са отправяните остри критики към образованието. Образователната реформа стартира с широко обсъдена и утвърдена концепция, която проектира социално-значими цели, актуално съдържание и интерактивни иновационни технологии за качествен образователно-възпитателен процес в цялостната система на образование. Възникват въпросите: Защо една съвършена концепция не води към прогресивно развитие на образователната ни система? Защо в входа на образователната реформа получените резултати се разминават с очакваните? Защо социално детерминираните цели не се трансформират в личностно и обществено-значими постижения? Кой е основният фактор за негативизма в образователната ни система? Обществото осъжда на виновност учителят и авторските екипи на учебниците. В тяхна защита е направеният ретроспективен анализ на основни нормативни документи – учебен план и учебна програма за биологично образование и обучение.

**Обект на изследване** е учебният план и програми за биологично образование и обучение в началния и прогимназиален етап на основното училище (ОУ) за последните три образователни реформи (1982/3г.–1992/3г. – 2000–2010г.).

Приложени са основните теоретични **методи на изследване** – контен-анализ и каузален анализ насочени към целевия и съдържателен компонент на учебните планове и програми на ниво – макроструктури.

**Предмет на изследване** са макроелементите на целите и съдържанието на биологичното образование и обучение, включени по новия Учебен план в Културно-образователната област „Природни науки и екология“, а по стария – Природоматематически цикъл учебни предмети. Във фокуса на методическия коментар е взаимозависимостта

мостта между основните цели на обучение по отделния учебен предмет и предметно-тематичното учебно съдържание. Проучването и представянето на целевите и предметно-съдържателните конструкти на биологичното образование и обучение следват **релацията: Учебен план** (КОО, главни цели на биологичното образование, интегрални природонаучни и биологични учебни предмети) – **Учебна програма** (основни цели на обучение, теми на учебното съдържание, основни биологични понятия).

Статията материализира идеята за триединството „цел – средство – резултат“ като в качеството на средство се поставя съдържанието на образованието и обучението. Контент-анализът на предметно-тематичното учебно съдържание отделя и систематизира основните познавателни елементи: водещи биологични идеи, основни биологични закономерности и основни биологични понятия – аналог на елементите на образователните цели.

Ретроспективното сравнително представяне на целите и съдържанието на биологичното образование и обучение в държавните нормативни документи има за цел да ориентира учителя при посрещане на всяка следваща образователна реформа и осмисляне на значимите и нововъведения.

**Биологичното познание в системата на образование** има фундаментално значение. То обяснява универсалните потребности на живота и е в основата на биологичната култура, като неотменна част от общата култура на човека. [17]; [18] Обучението по биологичните учебни предмети в прогимназиалния етап на ОУ, се гради върху усвоените знания по Роден край и Природознание (стар учебен план), Околен свят и Човекът и природата (действащ учебен план). Присвоеното биологично знание подготвя ученика за себепознание, себеоценка и адаптивност през индивидуалното му развитие. Биологичното знание и култура предпазват подрастващия от рисковете на обществото в епохата на глобализация, които застрашават живота и здравето му. Обучението по биология формира знания, умения, компетенции и култура със значение за бързо променящата се природна, социална, технологична и икономическа среда. [6]

**Целите на биологичното образование и обучение** са социално детерминирани и закономерно свързани със учебното съдържание. Те са неотменна част в единната структура на образователна система на равнище образователна степен – основна и средна, етапи – начален, прогимназиален, гимназиален и на равнище – учебен предмет. [14]

Целите се интерпретират и прилагат с многоаспектната им същност и функции. От гносеологичен аспект на тях им се предоставя водещата роля в процеса на познание и обучение. Като образ на бъдещ резултат в процеса на обучение, целите имат ясно изразена познавателна, възпитателна и развиваща характеристика. Те добиват конкретен израз, когато се изпълнят със съдържанието на съответния учебен предмет.

Целите на обучение като проект на бъдещ резултат, („очакван резултат“) на процеса на обучение, мотивират пълното им изследване и детайлна разработка.

Приоритет в целите на биологичното образование е усвояването на базисни биологични знания и умения като част от общочовешките ценности и култура. Акцентите са поставени върху формирането на биологична, екологична и здравна култура, способност за самостоятелно изучаване на природата, ценностна нагласа и съпричастност в решаването на екологични и здравни проблеми. [17]

Целите на обучение насочват към намиране отговор на въпроса „Какво трябва да научават учениците в процеса на обучение по биология?“. [8]; [14]

В съвременната методическа теория моделът на целите има интегрален характер. Той е водещ компонент в стратегията на процеса на обучение. В съдържанието на целевия модел са кодирани: степента на биологичното учебно познание с основните познавателни елементи (познавателно-информационни – понятия, закони, теории и познавателно-действени), възпитателни и развиващи елементи.

### **Съдържание на биологичното образование и обучение**

Методическата трансформация на биологичното познание в учебно съдържание се основава на съвременната теория на познанието, на логиката, на психологията, на дидактиката с произтичащите от тях принципи и подходи.

В състава и структурата на учебното съдържание стои биологичната наука с нейните обект и предмет. Обект на изучаване са живите системи (микросистема, мезосистема и макросистема).

Обекти на биологичното учебно познание в учебните предмети от I-ви до VIII-ми клас са предимно организмите: растения (растителен организъм); животни (животински организъм); човек (човешки организъм); надорганизмовите системи (организмови съобщества, екосистеми). Характеристиката на биологичните обекти е на многопредметна основа, което е предметно-логическото основание за изграждане на макроструктурата на съдържанието на обучението на вся-

ка отделна учебна дисциплина от учебния план на ОУ. Цялостната познавателно-информационна характеристика на организмите интегрира научно-биологичните предметни области:

- многообразие и класификация на организмите;
- състав, строеж и функции на органите и системите на организмите;
- основни жизнени процеси;
- еволюция на организмите;
- взаимоотношение между организмите и средата на живот;
- човекът и природата – състоянието на биоресурсите и опазването на природата;
- човекът и околната среда (природна и социална) – нравствено-етични, естетически и здравни аспекти във взаимоотношението с околния свят.

Съчетаването на отделните предметни области разкрива целостта и закономерната същност на биологичното познание снето в биологично учебно съдържание.

#### **Концептуална схема на учебното съдържание**

Концептуалният модел на учебното съдържание включва няколко информационни равнища по степен на обобщеност:

– **Първото равнище**, което е с най-висока степен на обобщеност, се отнася до пълния учебен курс. Отговаря на основните принципи на биологичната наука – цялостност, структурно и функционално единство, закономерен характер на съществуване и развитие на живите системи. Това равнище следва водещите биологични идеи, което корелира с основните цели на обучение на учебната дисциплина;

– **Второто равнище** съответства на раздела или глобалната тема. В него са заложили биологичните закономерности и понятийни системи от съответната научна област, загатнати във формулировката на раздела, темите и тяхната последователност (макроструктура). Това равнище на съдържанието корелира със съдържанието на междинните цели на учебната дисциплина;

– **Третото равнище** съответства на учебния материал по тематични единици от дадения раздел с определените по учебната програма основни познавателни елементи и тяхната предметно-логическа характеристика. На това равнище на съдържанието се извеждат крайните цели на процеса на обучение за отделната методична единица – урокът.

Първите две равнища са нормативно защитени инвариантни структури. Третото равнище е най-зависимо от научния подход при



подбора и структурирането на познавателните елементи. Учебният материал в учебниците е продукт от съвместната работа на учени – биолози, от съответната научна област и методици. На това равнище учебният материал се нуждае от сериозни корективи.

Концептуалната схема на учебното съдържание се подчинява на принципи, подходи и правила, които произтичат от фундаменталните науки – биология, гносеология, логика и педагогическите науки, водеща от които е методиката на обучение.

*Биологията* участва със своя обект, предмет и принципи. Тя определя обектно-предметния характер на биологичното съдържание и е критерий за научност. Принципите на биологичната наука са стратегическите параметри на учебното съдържание и са валидни за всички равнища: за пълния учебен курс; за всеки раздел; за всяка методична единица. Те балансират емпиричните и теоретичните знания и подготвят формирането на биологичен стил на мислене в обучението.

Организмът (растение, животно или човек), като категория на учебното съдържание, се представя в реалното му състояние – синтез на структурност и функционалност, цялостност, закономерна връзка с другите организми и със средата на живот. Фундаменталната сложност на биологичния обект и предмет се трансформира в достъпно за учениците учебно съдържание чрез съобразяване с принципите, подходите и правилата на другите науки.

*Гносеологията* помага да се прецизират образите (логическата верига от форми на познание) и методите на познание.

*Логиката* ръководи подбора на белезите съобразно спецификата на образа:

- за представите – съвкупност от сетивно-конкретни свойства;
- за понятията – съвкупност от общи съществени признаци;
- за биологичните закономерности – причинно-следствените връзки, необходимите и достатъчни признаци.

Посочените логически съображения са в непосредствена връзка с гносеологичните и в единство определят набора от обекти и техните характеристики, които са микрокомпонентите на учебното съдържание. Те имат инвариантен характер, което е биологично и логично обосновано.

*Емпиричните знания* заемат значителна част от усвояваните знания в началния и прогимназиален етап на основната степен на образование по природните науки. На тях съответства морфологичното учебно съдържание, което характеризира многообразието в природата, структурите от различните равнища на организация на живата ма-

терия – клетъчно, организмово и надорганизмово, основните жизнени процеси и др.

*Съществен признак на биологичното учебно съдържание, отразяващо организмовото равнище на организация на живота, е структурно-функционалната цялост, което има закономерен характер.*

Емпиричната характеристика е само едната страна от пълното характеризирание на организмите, биоценозите, екосистемите. Това е само тяхната структура или етапи от механизма на физиологичен процес, техния елементарен състав и пр. Тази характеристика се допълва от закономерната, същностната страна, която не може да бъде непосредствено наблюдавана и отчетена. До нея се стига по пътя на разсъждението, т.е. по пътя на абстрактнологическите действия и това са т. нар. теоретични знания. Емпиричната характеристика в учебното съдържание по биология е незаменима негова част, базисна по отношение на пълния комплекс от знания, но недостатъчна и незавършена като знание. В учебния процес по биология достигането на това равнище на познанието не е изолирано явление. Един от факторите, които задържат развитието на знанията до емпиричното равнище, е неправилно избраното, структурирано и интерпретирано учебно съдържание в учебниците и непознаване на съдържанието на образованието и обучението в предходните и поредни етапи в образователната система. [16]

*Теоретичните знания са знанията за същността, за закономерната характеристика на обектите [15].* Форми на теоретичното знание са теоретичните понятия, сложните съждения и умозаклучения. Закономерният характер на съществуване и развитие на живата природа отговаря на теоретичния аспект на съдържанието, респективно на получените знания. Теоретичните знания са в основата на теоретичното мислене. Те характеризират най-високото образователно равнище. Намират се в диалектично единство с емпиричните, което налага да се търси балансът между емпиричното и теоретичното съдържание.

### **Системи биологични понятия**

Понятието се намира в абстрактно-логическата степен на познанието, предхождано от усещанията, възприятията и представите в сетивната степен. Основният логически процес, свързан с понятието е обобщението, което е основното действие в учебната дейност при неговото формиране.[8]; [16]

Всяка област от познанието има свой категориален (понятиен) апарат, който е методически снет в учебното съдържание. Многоп-

редметната характеристика на биологичното учебно съдържание е представена в тематичния раздел на учебните програми от 2. до 8. клас. (Виж: Т.1) В табличен формат са отразени във вертикален и хоризонтален план предметно-логическите съдържателни конструкти на учебните програми по нормативни документи за периода от 1982/4 г. до 2010 год., което съвпада с три успешно проведени образователни реформи.

В биологичното учебно съдържание в ОУ (Таблица 1) основно място заемат морфологичните понятия.

Морфологията като наука изследва формата и строежа на организмите в тяхната онто- и филогенеза. Тя обединява по-частните биологични науки, на които съответстват и по-частните системи от понятия:

**анатомични** – отразяват общите съществени белези на строежа и развитието на органите и системите на организмите;

**хистологични** – отразяват строежа и развитието на тъканите;

**цитологични** – отразяват строежа и функциите на клетъчните органели и клетките;

**ембриологични** – отразяват строежа на ембриона и зародишното развитие на животинските организми и човекът.

За разлика от анатомичните понятия, които заемат основно място в съдържанието, останалите три групи понятия – хистологични, цитологични и ембриологични, участват като непонятни логически форми, на основата на които се извеждат биологични закономерности и водещи биологични идеи в качеството им на светогледни възгледи и убеждения.

Посочените групи морфологични понятия са емпирични. В съдържанието на тези понятия са включени структури от различни равнища на организация на живата материя – клетъчно, тъканно, органично, организмово. Тези структури могат непосредствено да бъдат наблюдавани и описани. Езиковата им форма е терминът. В дефиницията на тези понятия се включва съвкупността от инвариантни (обща съществени) белези.

*Адекватни действия на морфологичните понятия*, които са намерили място в определените стандарти в учебните програми са: наблюдението; описанието; сравнението; абстракцията; емпиричното обобщение; разпознаването; подвеждането под понятие: характеризирането; формулирането на дефиниция [11]; [12]; [13]; [15]; [17].

Структурната характеристика на животинските организми е само едната страна в отношението „структура – функция“ на органите, системите от органи, организъмът. Следователно морфологичните по-

нятия са само стъпало към разбирането и усвояването на цялото, на динамичната и отворена жива система – животинския организъм. Всеки орган е предназначен да изпълнява определена функция, всяка система е не просто сбор от органи, а структурно и функционално цяло с жизненоважна „мисия“.

**Систематичните понятия** отразяват разнообразието на растителния и животинския свят от най-нисшите – едноклетъчните организми до най-висшите – покритосеменните растения и гръбначните животни. Съдържанието на тези понятия има емпирична характеристика. В нея са включени главно морфологичните сходства по родова принадлежност.

**Адекватни на систематичните (таксономичните) понятия са действията:** наблюдение; сравнение; емпирично обобщение; характеризирание; класифициране; подвеждане под понятие; дефиниране; доказване на принадлежност към определен таксон и пр. [8]; [16]

Характеризирането на организмите в непосредствено взаимодействие помежду си и със средата на живот – водна и наземно-въздушна, отговаря на съдържанието на *екологичните понятия*. Характеризирането на едната и на другата страна на екосистемата е важна стъпка на екологичното познание, но недостатъчна. Тя насочва към извеждане на същностната закономерна връзка „организъм – среда на живот“. Тази част от съдържанието на екологичните понятия има теоретичен характер. Тя надгражда емпиричната, структурната характеристика и е резултат на осъзнаване, осмисляне и разбиране на връзките между тях. Анализът на учебните програми потвърждава становището, че е приложен успешно екологичния подход при подбора и подреждането на екологичните познавателни елементи от 2. клас.

**Формирането на екологичните понятия се свързва с адекватните действия:** наблюдение; анализ и синтез; доказателство; извеждане на причинно-следствени връзки; формулиране на хипотези; моделиране; прогнозиране.

Системата от екологични понятия и свързаните с тях действия са в основата на формиране и развитие на екологично мислене и култура.

**Физиологичните понятия** отразяват основните жизнени процеси на организмите – хранене, дишане, отделяне, растеж, развитие, размножаване, дразнимост и движение;

**Паразитологичните понятия** отразяват многообразието и биологията на основните паразити по растенията, човека и животните. Основно те обслужват здравното образование.

Системите понятия са основните конструктори в учебното съдържание, които закономерно обуславят избора на технологии и механизми за усвояването им. Затова е важно учителят да преценява понятието равнище на учебното съдържание. Не би трябвало да се забравя, че не всяко понятие в науката присъства като понятие и в учебното съдържание. Груба логическа и методична грешка е отъждествяването на термините с понятията.

*Водещите биологични идеи, биологичните* закономерности и основните понятия са главните познавателни елементи в структурата на учебното съдържание.

Подборът и структурирането на биологичното учебно съдържание е един от най-значимите и сложни проблеми на методиката на обучение, който може да бъде успешно решен само с научен подход.

**Част втора:**  
**Методически формати**  
**Макроструктура на съдържанието на биологичното образование**  
**и обучение: Учебен план – Учебна програма**

*Паралелно представяне и сравнителен анализ на нормативни документи за три паралелни образователни реформи: А. 1982–1991; Б. 1992 – 2001; В. 2002 – 2010*

Таблица 1

Реформи клас	Учебен план (учебен предмет)	Учебна програма (теми, основни понятия)
1. кл. А Б В	Роден край Роден край 1984–2001 „–,–,–“	Нашата Земя хубава; Водите в родния край; На излет в близката околност; Да пазим родната природа; Трудът на хората
2. кл. А Б В	Роден край Роден край 1984–2001  Околен свят 2002–2011	Животните около моето училище; Животни обитаващи ливади, пшеница, зеленчуци; Животни в аквариума; Защитени видове от Закона за опазване на природата; Грижи за животните; полето като място, където се отглеждат растения и животни; Ферми, стада, стопанства  <b>Светът, в който живеем:</b> Моето семейство и род; семейни празници; Моето родно място; моето училище; България – наша родина; Трудът на хората; Природни бедствия; Светът, в който живеем. <b>Природата и човекът:</b> Природата около нас; Животните около нас; Нашите домашни любимци; селскостопански животни; растенията около нас; Стайни растения; В зеленчуковата градина; В овощната градина; Промени в неживата природа; промени в живата природа; Хайде на екскурзия; човешкото тяло; Нашата храна; Грижи за здравето; Природата и човекът
3. кл. А Б	Природознание Природознание 1993–1997–2002	<b>Нежива природа:</b> Вода (разпространение, значение, свойства и състояние, валежи); Въздух (разпространение, свойства, значение, промени на времето). <b>Жива природа:</b> В зеленчуковата градина (растения, животни, трудът на хората); В овощната градина (растения, животни, трудът на хората); В гората (дървета, храсти, треви, животни, значение и опазване на гората; в полето (житни, бо-

<p>В</p>	<p>Човекът и природата 2003</p>	<p>бови, плевелни, картофи, технически растения, животни); Приспособяване на растенията и животните към условията на живот (хранене, размножаване); <b>Човекът и неговото здраве:</b> Човешкото тяло (органи на движението, на храненето, на дишането, на движение на кръвта в тялото, мозък, нерви, заразни болести).</p> <hr/> <p><b>Нежива природа:</b> Телата в природата; Състав на телата; Свойства на водата; Състояния на водата; Кръговрат на водата; валежи; Разпространение и значение на водата; Въздух (свойства, значение, замърсяване и опазване на чистотата на водата и въздуха).</p> <p><b>Жива природа: Разнообразие на организмите</b> – Организмите – част от природата; разнообразие и групиране; растенията в природата; Лечебни растения; Гъбите в природата; Животните в природата; Движение на ж.; Хранене на ж.; Размножаване на организмите; <b>Организмите и тяхната среда</b> – Животът във водата (приспособления на р. и ж., взаимодействие между р. и ж., хранителни вериги); <b>Човекът и неговото здраве</b> – Органи (на движението, на храненето, на дишането, сърце и кръвоносни съдове, мозък и нерви); Пази здравето си.</p>
<p>4. кл. А Б</p>	<p>Природознание [5] Природознание [9] 1993–1997–2003</p>	<p><b>Земята – планета на слънчевата система:</b> Слънчева система; Нашата планета; Движение на Земята около оста ѝ; Движение на земята около Слънцето; Слънцето – източник на светлина и топлина; Луната – спътник на Земята.</p> <p><b>Единство и многообразие на неживата и живата природа:</b> Обща картина на природата; Тяло и вещество; Агрегатни състояния; Условия на живот и среда на живот; <b>Атмосфера</b> (разпространение, състав, свойства, замърсяване, опазване чистотата на въздуха); Приспособления на животните за движение във въздуха; <b>Хидросфера</b> – Водата в природата (свойства, в. като разтворител, лед и водна пара, кръговрат, използване, опазване чистотата ѝ); Условия за живот във водна среда; Животът в Черно море, в застояли води, в реки; <b>Литосфера</b> – Строеж на земната кора; Скали; Минерали; Руди; Метали; Природни горива; Почва (образуване, състав, видове); Плодородие и опазване на почвата; Животът в парка, по скалите; Растения и животни в равнините и низините, в широколистните гори, в иглолистните гори, в най-високите части на планините; Взаимоотношения между организмите в природата – хранителни вериги; Зависимост на човека от природата; Влияние на човека върху природата; Опазва-</p>

В	Човекът и природата 2004	<p>не на природата; Единство в природата – нежива и жива.</p> <hr/> <p><b>Вещества от живата и неживата природа в живота на човека:</b> Свойства и употреба на в., състояния; Опазване чистотата на водата и въздуха; полезни изкопаеми; Горива; Почва; Опазване чистотата на п.; Вещества от растителен и от животински произход; Човекът и веществата. <b>Взаимодействие между телата:</b> Движение на т.; Сили; Енергия; Слънчева енергия; Слънчева система; Движение на Земята (около оста ѝ, около Слънцето). <b>Организмите и средата на живот:</b> Разнообразие в живата природа; Царство на животните; Животът в: сладководните басейни, в паркове и градини, в соленоводни басейни, в равнини, в широколистни и иглолистни гори, в най-високите части на планините. <b>Жизнени процеси при растенията и животните:</b> Хранене; Дишане; Размножаване; Растеж; Развитие; Развитие на човека –пубертет; Връзка между основните жизнени процеси. <b>Човекът и неговата среда:</b> Ориентиране в средата на живот; Сетивни органи; Среда на живот и здраве; Хранене и здраве; Режим на живот и здраве; Човекът и природата; Защитени природни обекти.</p>
5. кл. А	Природознание [1] 1985–1992г.	<p><b>Поява на живота и многообразие на организмите.</b> <b>Клетката – основна единица на организмите.</b> Увеличителни уреди; Приготвяне на нетрайни микроскопски препарати; Клетка; делене на клетката; <b>Многообразие и групиране на организмите:</b> Едноклетъчни организми; Бактерии; Едноклетъчни растения и животни; Колониални и многоклетъчни организми; <b>Поява на живота на Земята:</b> представи за произхода на живота; Организми, които днес не се срещат. <b>Основни жизнени процеси:</b> <b>Хранене</b> (на растенията, на животните, на човека), хранителни продукти и хранителни в-ва, режим на хранене; <b>Дишане</b> (на животните, на растенията във водата и на сушата); <b>Отделяне</b> при растенията, животните и човека; Връзка между хранене, дишане и отделяне; <b>Дразнимост и движение</b> (на едноклетъчни и на многоклетъчни животни и на човека, на растенията; Значение на движението при организмите; <b>Размножаване, растеж и развитие на организмите:</b>Безполово размножаване (на растенията и животните); Полово размножаване (на животните, на цветните растения); Растеж и развитие (на растенията, животните – на коприна пеперуда, на жаба, на птица); Оплождане</p>



Б	Природознание [5] 1993–1997	<p>и зародишно развитие на човека; Следзародишно развитие на човека; Полово съзряване на момчето и момичето.</p> <p><b>Взаимодействие между организмите и средата:</b> Организмови съобщества; Растителни съобщества; Животински съобщества; Влияние на климатичните особености на страната върху растенията и животните; влияние на организмите върху околната среда.</p> <p><b>Човекът и природата:</b> Отличителни черти на човека и животните; Трудът – жизнена потребност на човека; природата и животът на хората; грижи за опазване здравето на хората; Обществена хигиена.</p> <hr/> <p><b>Планетата Земя:</b> Ликът на Земята; Разпределение на сушата и водата; Водата на Земята; Сушата на Земята; Условия за живот във водна и сухоземна среда. <b>Атмосфера</b> (затопляне и изстиване на атмосферния въздух, влажност, валежи, движение, климат); Влияние на климата върху организмите. <b>Хидросфера:</b> Световен океан; Условия за живот в океаните и моретата; животни в океаните и моретата; Взаимоотношения между организмите в о. и м.; Значение на Световния океан; Води на сушата (условия за живот, растения, животни). <b>Литосфера:</b> Земна кора (състав, движение, форми); Природата на моето селище; Педосфера; Почва; Почвата като среда на живот; Организми в почвата.</p> <p><b>Единство между жива и нежива природа:</b> Природни зони – Влажни екваториални и тропични гори, Савани, Пустини, Широколистни гори, Степи, Иглолистни гори – Тайга, Тундра (растения, животни, взаимоотношения).</p> <p><b>Взаимодействие между организмите и средата:</b> растителни и животински съобщества; Екосистеми; Хранителни вериги и пирамиди; Кръговрат на веществата в природата; Човекът и природата; Проблеми на опазване на природната среда.</p>
В	Човекът и природата 2005г.	<p><b>I. Физични явления</b></p> <p><b>II. Вещества и техните свойства</b></p> <p><b>III. Структура и жизнани процеси на организмите:</b></p> <p><b>Клетъчен строеж на организмите:</b> Клетката – основна градивна единица на организмите; Увеличителни уреди; Многообразие и групиране на организмите; Бактерии (разпространение и значение); Едноклетъчни организми (същинскоядрени, колониални, многоклетъчни); <b>Жизнени процеси при многоклетъчните организми:</b> Хранене (на растенията, на животните); Дишане (на растенията, на животните); Отделяне при растенията и животните;</p>

		<b>Жизнени процеси при човека:</b> Хранене, режим на хранене; Устройство и функция на храносмилателната система; Здравни познания и хигиена на храненето; Устройство и функция на дихателната система на човека; Здравни познания и хигиена; Устройство и функция на отделителната система; Здравни познания и хигиена; Здравословен начин на живот.
<b>б. кл.</b> А	Биология 1993–1994г.	<b>Биология – наука за живото;</b> <b>Устройство и функции: растителна клетка, тъкани и органи при покритосеменните (цветни) растения;</b> <b>Многообразие и еволюция на организмите;</b> <b>Растенията и средата.</b>
Б	Биология 1997–1998г.	Въведение в биологичните науки; Клетка – основна единица на организмите; <b>Многообразие и класификация на организмите: Прокариоти; Еукариоти – Царство растения:</b> Клетъчно устройство; Многообразие и класификация (талусни, кормусни, семенни р.); <b>Отдел Семенни растения</b> (устройство, функции, многообразие и класификация); <b>Човекът и растенията;</b> <b>Царство Гъби:</b> Устройство, хранене и размножаване; Взаимоотношения между гъби и фотосинтезиращи организми; Значение на г.
В	Човекът и природата 2006г.	<b>I. Физични явления</b> <b>II. Вещества. Превръщане на веществата</b> <b>III. Структура и жизнени процеси на организмите: – при многоклетъчните организми: Движение на вещества</b> (в растителния организъм – проводяща система; в животинския организъм – кръвоносна система); <b>Дразнимост</b> (при животните – нервна система, при растенията); <b>Движение</b> (при животните – опорно-двигателна система, при растенията); <b>Размножаване</b> (на животните, на растенията); <b>Растеж и развитие</b> (на растенията, на животните); <b>Организмът – единно цяло.</b> <b>Структура и жизнени процеси при човека: Кръвоносна система</b> – кръвообращение, здравни познания, хигиена; <b>Нервна система</b> – здравни познания, хигиена; <b>Опорно-двигателна система</b> – здравни познания, хигиена; <b>Полова система</b> – здравни познания, хигиена; <b>Растеж и развитие на човека; Човекът – част от природата</b>

<p>7. кл. А</p>	<p>Биология 1993–1994г.</p>	<p><b>Подцарство едноклетъчни животни; Подцарство многоклетъчни животни: <i>Безгръбначни животни:</i></b> Тип Мешести, Тип Червеи, Тип Членестоноги, Тип Мекотели; <b><i>Тип Хордови:</i></b> Безчерепни, Черепни, Безчелюстни, Риби (Хрущялни, Костни), Четирикраки – Земноводни, Влечуги, Птици, Бозайници). <b><i>Животинският свят.</i></b></p>
<p>Б</p>	<p>Биология 1996–2007г.</p>	<p><b>Многообразие на животните и тяхната среда на живот:</b> Животни в равнините, планините, в почвата, в течащи води, в стоящи сладки води, в Черно море; <b>Значение на животните за човека и ролята им в природата:</b> Вредители по селскостопанските и горските култури, по овощните култури, в зеленчуковите градини, по житните посеви; Паразити и преносители на болести по човека – екто- и ендопаразити; Полезни животни – насекоми, риби – рибовъдство, земноводни, влечуги, птици – птицевъдство, бозайници – животновъдство; Рационално използване и опазване на животните; <b>Класификация на животните:</b> Основни систематични групи – Подцарство Едноклетъчни и Многоклетъчни; Типове <b><i>Безгръбначни животни</i></b> – Мешести, Червеи, Членестоноги, Мекотели; <b><i>Тип Хордови</i></b> – Класове: Риби, Земноводни, Влечуги, Птици, Бозайници; Биологични особености на бозайниците; <b>Устройство и функция на органите и системите на животните:</b> Опорно-двигателна – движение; Храносмилателна – хранене; Отделителна – отделяне; Дихателна – дишане; Кръвоносна; Нервна; Полова – размножаване; <b>Еволюция на животните;</b> <b>Разпределение на животните по Земята – Зоогеография:</b> Закономерности; животни в основни биоми на Земята.</p>
<p>В</p>	<p>Биология и здравно образование 2008 г.</p>	<p><b>Структура, жизнени процеси и класификация на организмите:</b> <b><i>Едноклетъчни организми</i></b> – Предядрени (Монера), Същинскоядрени (Протиста); <b><i>Многоклетъчни организми</i></b> – <b><i>Царство Растения-</i></b> Самостояно хранене, тъкани, органи, таксони – Мъхови, папрати, семенни; <b><i>Царство Гъби</i></b> – сапрофитно хранене, Мухалови, Торбести Базидиеви; <b><i>Царство Животни</i></b> – Типове Безгръбначни животни; <b>Организъм – среда:</b> Едноклетъчни организми – роля в природата, значение за човека (Паразитизъм); Многоклетъчни организми – роля в природата, значение за човека (Продуценти, Консументи, Редуценти)</p>

<b>8. кл.</b>		
А	Биология	
Б	Биология 1993–2008г.	<p><i>Клетка, тъкани, организъм – единно цяло; Нервна система; Ендокринна система; Опорно-двигателна с.; Храносмилателна с. – хранене; Телесни течности; Сърдечно-съдова с.; Дихателна с. – газова обмяна; Обмяна на веществата и на енергията; Отделителна с.; Размножаване и индивидуално развитие; полова с.-оплождане, зародишно и следзародишно развитие, хигиена; Сетивни с.(анализатори); Висша нервна дейност.</i></p> <p><b>Царство Животни – Тип Хордови:</b> Клас Риби, Земноводни, Влечуги, Птици, Бозайници; Мястото на човека в класификацията на клас Бозайници;</p> <p>Ч</p>
В	Биология и здравно образова-ние 2009 г. [17]	<p><b>Човешкият организъм: Структурни равнища на организация</b> – клетки, тъкани, органи системи, организъм; <b>Системи на човешкия организъм – структура, функции, хигиена:</b> Кожа, Опорно-двигателна с., Сърдечно-съдова с., Храносмилателна с., Отделителна с., Дихателна с., полова с., Нервна с., Ендокринна с.;</p> <p><b>Единство на организмите и средата – природни съобщества;</b></p> <p><b>Човекът – част от организмовия свят.</b></p>

### Констатации:

Формална и необоснована промяна на наименованията на учебните предмети: „Роден край“ 1.-2. клас – в „Околен свят“ – 2. клас; „Природознание“ 3. – 5. клас – в „Човекът и природата“ 3. – 6. клас; „Биология“ 6. – 8. клас – в „Биология и здравно образование“ 6. – 8. клас;

Механично разместване на макрокомпоненти от учебните програми за различните класове, което нарушава методологическия принцип за системност на биологичното познание, в основата на което са познавателните образи за живите системи.

Замяна на принципа за интеграция с компилация на модули – физичен, химичен и биологичен в нормативно определената интегрална учебна дисциплина „Човекът и природата“.

**Заключение.** Усъвършенстването на учебния процес е във все по-дълбокото навлизане в закономерното единство „цели на обучение – учебно съдържание“. Познаването и спазването на това единство води до създаване на адекватни методически технологии за постигане на очакваните резултати. Всяка образователна реформа стартира с реформирани учебен план и учебни програми, които следва да се основават на предварителни диагностични процедури и емпирични пе-

дагогически изследвания. Необходима е и ретроспекция, която да оцени и съхрани постиженията на образователната система. Системата на биологичното образование притежава богато наследство, което не следва да се превръща в история, а в инвестиция за бъдещето.

## ЛИТЕРАТУРА

(Научно методическа, Нормативни документи, Учебници за ОУ, Учебни помагала):

1. Авторски колектив. Система на учебно-възпитателната работа в пети клас на ЕСПУ. Част IV. Методически насоки. (Природознание). С., Народна просвета, 1985
2. Авторски колектив. Система на учебно-възпитателната работа в шести клас на ЕСПУ. Част IV. Методически насоки.(Биология). С., Народна просвета, 1986
3. Авторски колектив. Система на учебно-възпитателната работа в седми клас на ЕСПУ. Част IV. Методически насоки.(Биология). С., Народна просвета, 1987
4. Авторски колектив. Система на учебно-възпитателната работа в осми клас на ЕСПУ. Част IV. Методически насоки.(Биология). С., Народна просвета, 1988
5. Авторски колектив. Указание за организация и съдържание на обучението по биология през учебната 1993 – 94 година. Част II: Учебни програми по предметите Природознание и Биология за III, IV, V, VI, VII, VIII клас. МНО, С., 1993.
6. Авторски колектив. Методология и технология за създаване на ДООИ, НИО, С., 2000
7. Кабасанова, М., Л. Найденова. Методика на учебно възпитателната работа по Природознание 3. – 5. клас. С., Народна просвета, 1989
8. Кабасанова, М., Гр. Ставрева, Д. Воденичаров. Книга за учителя по биология на 6. клас. С., Гей-Либрис, 1994
9. Кабасанова, М. и др. Природознание 4. клас. Учебник. С., Просвета, 1993
10. Кабасанова, М. и др. Природознание 5. клас. Учебник. С., Гей-Либрис, 1994
11. Кабасанова, М., К. Манолов, П. Стоянова. Околен свят 2. клас. Учебник. Просвета, С., 2003
12. Кабасанова, М., К. Манолов, П. Стоянова. Човекът и природата 3. клас. Книга за учителя, Просвета, С., 2004
13. Кабасанова, М., К. Манолов, П. Стоянова. Човекът и природата 4. клас. Книга за учителя, Просвета, С., 2005

14. Ставрева, Гр., Р. Станева. Проект за съдържание на целите на обучение по Природознание 5. клас. НТ, ПУ „П. Хилендарски“, кн. 2, том 29, 1992, с. 86 – 98
15. Ставрева, Гр. Логико-познавателни аспекти на учебното съдържание по биология за 6. клас – традиции и иновации. – В сб. д.: МОИТ, част I, Стара Загора, 1995
16. Ставрева, Гр. Обучението по биология в VII клас. С., Гей-Либрис, 1996, 79 с.
17. Учебни програми. Част II, за задължителна и профилирана подготовка по КОО „Природни науки и екология“ за V, VI, VII, VIII клас, МОИТ, Дирекция „Общо образование“, С., 2000
18. Цанова, Н. Стандарти и учебни програми по биология – начин на употреба. PENSOFT, София – Москва, 2007, 117 с.

**OBJECTIVES AND CONTENT OF THE EDUCATION  
AND TRAINING IN BIOLOGY DURING THE BULGARIAN  
EDUCATIONAL REFORMS. METHODOLOGICAL CASES  
AND METHODICAL FORMATS**

Grozdanka Stavreva

**Abstract**

This article presents alternative objectives and content structures of the education and training in Biology for the past three educational reforms: 1982–1989, 1990–1998, 1999–2010. The alternative is being researched, based on state regulations – curriculum and training programs in the general education school. The object of study is the basic degree of education in the primary and secondary stage.

Content analysis and causal analysis are being applied as methods for scientific research. The methodological comment is focused on the interdependence between objectives and content of the education and training in Biology.

The article materializes the idea of a trinity „goal – means – result“. The curriculum serves as means to realize the objectives of education and training. The aim is to orient teachers in planning and designing of strategic and technological-methodological projects in the context of the current educational reform.

## ПРОБЛЕМЪТ ЗА НАРКОТИЦИТЕ В УЧИЛИЩЕ И МЯСТОТО МУ В УЧЕБНОТО СЪДЪРЖАНИЕ ПО БИОЛОГИЯ

*Маргарита Панайотова*

### Увод

Проблемът за употребата на наркотични вещества сред подрастващите става все по-остър. Съвременните тенденции са за стремително покачване на броя на зависимите младежи. За последните 10 години техният брой се е увеличил двадесет пъти, а причините за това са многобройни. В основата на всички се открива стремеж чрез „веществото“ да променят своето психическо състояние: при едни – да премахнат психическото напрежение и отрицателните емоционални преживявания, при други – да преодолеят своята психическа и социална непълноценност, при трети – да се адаптират към изискванията на средата, в която живеят.

Изнесените данни от Националния фокусен център за наркотици и наркомании [3], годишните доклади за младежта на МС на Р България от последните 2–3 години [5]; редица документи със стратегическо значение [7], [8], както и научни публикации по проблема [1], [2], [4] разкриват картината за употребата на психоактивни вещества от младите хора в България. Изтъква се широкото разпространение на тютюнопушенето, консумацията на алкохол, употребата на наркотици. По данни на НФЦНН приблизително 10 % от преминалите през детските педагогически стаи за разпространение и употреба на наркотици лица са на възраст от 8–14 години. [8]

Традиционно съществуващата злоупотреба с алкохол и никотин през последните години рязко нараства преди всичко за сметка на младите хора. Доколкото в страната има проблем (в сравнение с другите европейски страни) с консумацията на алкохол, то той засяга предимно подрастващите. Изследването сред учениците (15–16 г.) регистрира значително по-високи стойности от средните за Европа. [7] Значимо нараства немедицинската употреба на лекарства за справяне със стреса, безсънието и болката до степен на злоупотреба и зависимост спрямо тези медикаменти. Но общественото внимание в световен мащаб е привлечено преди всичко от впечатляващо бързото разпространение на нелегални дроги като хероин, марихуана, кокаин, екс-

тази и свързаните със злоупотребата им проблеми сред младите хора. Машабите на злоупотребата с хероин в България ни извежда на едно от първите места в Европа. [8]

**Целта на настоящото изследване** е да се разкрие актуалното състояние на проблема за наркоманиите в училище, да се изведат причините за задълбочаването на това явление и се обобщят най-ефективните превантивни практики у нас и в чужбина за ограничаване на разпространението му, включително и чрез обучение по биологичните учебни дисциплини в СОУ.

**Метод на изследването** е анализ и обобщаване на данни от различни литературни източници за равнището на употреба на психоактивни вещества от ученици; анализ на учебни програми по „Човекът и природата“ за 5.–6. клас и „Биология и здравно образование“ за 7.–12. клас относно наличието на теми и съдържателни акценти за превенция от употребата на психоактивни вещества като възможност за решаване проблема.

**Обобщените резултати** от анализа на публикуваните през последните 3–4 години данни от Националния статистически институт НСИ, Националния център за наркомании НЦН, проучването ЕСПАД в частта си за България [11] и др. очертават следните *проблеми, свързани с ограничаване на наркоманиите в училище*:

- Недостатъчна информираност на обществеността за наркотичните вещества и зависимостите.
- Липса на знания и умения за справяне с проблема в рамките на семейството, училището, тясната приятелска среда.
- В обществените ни нагласи все още доминират елементарната склонност към репресия или стремежът за прехвърляне на отговорности.
- Ненаказуемост на наркопласъорите на всички нива, скандалното увеличение на разпространението на наркотици, улеснен достъп и бездействието на полицията.
- Сега младите усещат, че са „лъгани“ от пропагандата на възрастните. Марихуаната е обявявана за наркотик наравно с хероина и кокаина, а всички пушат – „значи не е опасно“. Това усещане естествено се прехвърля и върху „твърдите“ наркотици – значи и тяхната употреба не е опасна. Следва да се обясняват стъпките за преминаване от „леките“ към „твърдите“ наркотици, а не просто да се заклеймяват. [5]



• Отпадат обществено утвърдените задръжки за прекрочване на закона – убеждението, че в крайна сметка идва възмездието. Тези мисловни схеми се основават на наблюденията от ежедневието – фактичната декриминализация на ред явления, официално обявени като престъпления от закона. Така например, кражбата се преследва от закона, но близо една пета от младите знаят къде се продават крадени вещи. Проституцията е забранена, но те виждат публичните домове. Разпространението на наркотици е противозаконно, но близо 22 % от младежите и 39 % от учениците знаят къде се продават. Разбира се, проблемът далеч не е само в проституцията и дрогата. Примерите за безнаказана престъпност и безнаказано нарушаване на нормите са многобройни и широко отразявани в медиите – от безнаказаното арогантно шофиране, през незаконната сеч, до често формалното отношение на полицията при сигнали за битови престъпления. [5]

• Липсва системен и научно обоснован подход за превенция от употребата на наркотици в училищата у нас. Във всички държави-членки на ЕС училищата се смятат за най-важната среда за универсална превенция. Това дава своето отражение върху разширяването на училищните политики в областта на наркотиците и разработването на конкретни модулни програми за училищата, свързани с превенция на наркомании, както и подобряване на обучението за учители /за което, у нас се прави малко, поради ограничения в учебна програма, брой учебни часове и натовареност на студентите, обучавани в педагогически специалности/[2].

• Отделя се прекалено много внимание на информираността (което несъмнено е важно, но носи ограничена полза), отколкото на начина на работа с конкретната ученическа група по превенция, например придобиване на личностни и социални умения. Темите, които се обхващат в това обучение следва да включват вземането на решения, справяне с конкретни ситуации, поставянето на цели и тяхното отстояване, общуването и проявата на съпричастност. [2]

• У нас превенцията е децентрализирана – по отношение на целевите групи, образователните програми, методика и др. [2]

• Повечето образователни програми разглеждат здравното поведение свързано с употребата на наркотици, като въпрос на личен разумен избор, като не се отчитат социалните фактори (съседите от квартала, социалните норми) и личните фактори (темперамент, ценностна система, волеви качества). [2]

**Най-честите причини за започване употребата на психоактивни вещества**, според изследваните литературни източници, [1], [3], [4], [7] и др. са:

➤ На първо място се посочва *подражанието*. То трябва да се разглежда в два аспекта. Един път, като желание при младите хора да приличат на свои идоли от сцената и втори път, когато искат да бъдат приети от дадена среда.

➤ Следващата по важност причина, е *„празнотата“ от морални ценности*. Тя се свързва най-вече с наличието на двоен морален стандарт в обществото и семейството.

➤ *Бягството от проблеми, предимно семейни* е също сред най-посочваните причини за посягане към дрогата. В проблемните семейства, рискът децата да станат наркомани е по-голям. Хаотична семейна среда, по-специално такава, в която родителите злоупотребяват с дроги или страдат от психични разстройства; неудачно родителство, особено при деца с труден темперамент или с поведенчески отклонения; липса на взаимна привързаност и възпитание могат да се отнесат към тази група причини.

➤ Не на последно място са *причини, свързани със социализацията на децата извън дома* и по-специално в училище, сред връстниците и в общността: неуместен срам и стеснителност, агресивно поведение в клас; провали в училище; слаби социални умения за справяне; свързване с връстници с девиантно поведение; получаване на одобрение за употребата на дроги в училище, от връстниците и от обществената среда.

➤ Други фактори като наличието и достъпността на дрогите, начините за пренасянето и разпространението им, както и убежденията, че употребата на дроги е приемливо поведение.

От анализа на различните документи могат да се открият няколко **нива за решаване на проблема с наркоманиите сред учениците**.

1. Чрез усвояване на знания, умения и отношения при изучаване на биологично учебно съдържание в училище. За съжаление, анализът на учебните програми по „Човекът и природата“ в 5.–6. клас и „Биология и здравно образование“ в 7.–12. клас [10] (виж табл. 1) показва, че възможностите за това са ограничени. Има класове, напр. в 7., 9., 12. клас, в които такава съдържание напълно отсъства, а в други – то е представено твърде ограничено.

**Таблица 1.** Теми от учебното съдържание по биология от 5. до 12. клас, в които се очакват положителни резултати за превенция на употребата на психоактивни вещества

Клас	Тема от учебното съдържание	Очаквани резултати на ниво тема от учебното съдържание
5. клас	Дишане при човека	– Аргументира вредата от тютюнопушенето и замърсеността на въздуха върху дихателната система и цялостния човешки организъм
6. клас	Дразнимост и движение	– Изброява фактори, които влияят неблагоприятно на функцията на нервната система (наркотици, алкохол и др.) и прилага система от правила за здравословен начин на живот, които осигуряват нормалното функциониране на нервната система. – Оценява отговорността за своите постъпки и поведение при рискови за здравето ситуации.
	Растеж и развитие	– Изброява хигиенни норми, осигуряващи нормалното функциониране на половата система.
8. клас	Храносмилателна система	– Оценява вредното влияние на злоупотребата с храна, алкохол и лекарствени средства върху здравословното състояние на организма.
	Дихателна система	– Оценява вредното влияние на замърсения въздух, тютюнопушенето и упойващите вещества в газообразно състояние върху здравословното състояние на организма.
	Полова система	– Оценява значението на хигиенните норми за нормалното функциониране на половата система. – Оценява личната отговорност при сексуални контакти.
	Нервна система	– Оценява в личен и обществен план опасността от увреждания на нервната система при употреба на наркотици, алкохол и др.
11. клас II равн.	Жизнени процеси и еволюция на структурите, които ги осигуряват	– Обосновава вредното въздействие на наркотиците, някои лекарствени средства и тютюнопушенето върху здравето на човека и аргументира необходимостта от социални и законодателни мерки за борба с тях и ролята на отделния човек.

**2.** Да се инвестира повече в централните за образование и обучение и в тяхната роля на доставчици на образование основано на *подхода „умения за живот“*. Това е в съответствие с плановете на Министерството на образованието, младежта и науката и да разшири образование основано на *подхода „умения за живот“* в училищата като част от програмите за здравно образование.

**3.** В много училища вече се прилага *подхода обучение на връстници от връстници*. Необходимо е да се стандартизират обучителните

материали, методологиите и наръчниците, които се използват от връстниците-обучители и да се разработят механизми за утвърждаването им от страна на Министерството на образованието, младежта и науката. Връстниците-обучители могат да бъдат използвани и за насочване на младежите към подходящи за тях услуги.

4. Да се въведе *програма по здравно образование в училището* като част от цялостната „Обществена програма за превенция на употребата на наркотици и утвърждаване на здравословен начин на живот сред младите хора“. [9] Това е свързано с обучение на преподаватели, които ще водят часове по здравно образование, с намирането на подходяща форма за интегрирането на този учебен предмет в учебния план на училището и практическото реализиране на програмата.

5. Да се повиши ролята на *родителски настоятелства*. Чрез включване на родителите в управлението на училището ще се създаде по-строг и ефективен коректив на проблемите в образователната система и конкретна информация по проблемите.

6. Всяко училище да има *педагогически съветник, който да е психолог*. Той по статут да не е на пряко подчинение на директорите на училищата.

7. Да се обединят усилията училището да възвърне притегателната си сила за подрастващите. Това да стане ясна цел за всички – политическите сили, държавните институции, неправителствените организации, родителите.

8. Да се разработят информационни материали – брошури, филми, книги. Те трябва да информират за различните видове наркотични вещества и зависимости. Да се подпомагат родителите, възпитателите и учителите в усвояването на знания и умения за разпознаване на признаците при използване на наркотици и съвети за оказване на помощ.

9. Да се оказва подкрепа (съобразно ресурсите на общината) на училищата, които прилагат учебни програми по здравно образование, респ. и по превенция на наркомании.

***Някои нови подходи в превенцията на наркомании***, очертани в редица научни изследвания [2] и документи с национална значимост [5], [6], [8], [9], [11] са:

- *Преструктурирането на нормите на поведение*. Например узнаването, че повечето хора от ученическата общност не одобряват употребата на наркотици. Обучение насочено към формиране на умения за отстояване на схващания, мотивация и поставяне на цели, както и коригирането на митове, са доказани много ефективни методи сред уязвимите групи ученици.

- *Основният фокус* на специфичната превенция в училищата са мерките при криза и *ранното откриване на ученици с проблеми*. Целта е да се намерят решения на училищно равнище, за да се избегне отпадането или изключването от училище на рисковите групи ученици, а от тук и влошаване на тяхното положение.

- *Превенцията на употребата на наркотици и структурите на общественото образование* в условията на развлекателните дейности.

- *Общата семейно-базирана превенция*, чрез въвличане на членовете от семейството в образователните практики.

- *Насочване образователните практики към укрепване на семейните ценности* и на връзките в семейството, както и към други рискови фактори като – дефицит на вниманието (свръх разсеяност) и хиперактивно разстройство, сериозни поведенчески проблеми (безпокойство придружено със смени на настроението; проблеми в междуличностното общуване; разстройства в резултат от посттравматичен стрес; пристъпи на паника и др.).

- *Адекватна насоченост на образователните стратегии към подобряване процеса на „справяне“ (превенция)*. – Фундаменталната промяна в съдържанието на обучението трябва да бъде преориентация от знания за света към способности за пълноценен социален живот. Известно е, че в основата на образователните програми и практики, свързани с превенцията на наркомании стоят *уменията за вземане на решения и поемане на отговорности, възпитаване в дух на толерантност*. Да се създават нагласи у децата как да комуникират, да изразяват чувствата си на гняв, радост, тъга. Така в по-нататъшния си живот те ще имат изработени модели за реакция, когато се чувстват самотни или гневни, по-добре ще познават себе си и няма да посягат към наркотиците, които им създават измамна лекота.

- *По-широко използване на иновационни и личностно ориентирани стратегии* за обучение.

- *Сесии* (занятията, уроците) по съответната програма *да се провеждат по възможност в нестандартна среда*.

- *Да се дават алтернативи за справяне с проблема* (какво друго може да правят младите хора, вместо да достигат до употребата на наркотици).

- *Практиката сочи*, че е по-добре: \* да се коментират всякакви зависимости, а не само една; \* да не се сравняват лични истории; \* да се коментира без лични пристрастия; \* да се обсъждат проблемите, които водят до посягане към наркотика, а не само за тяхната употреба; \* да се достига до конкретен нов позитивен резултат.

## ИЗВОДИ

1. Необходимо е разработването на ясна, цялостна ефективна и последователна обществена програма по здравно образование, приложима във всички основни и средни училища в страната, като се ползват най-успешните европейски практики.

2. Запознаването на подрастващите с психоактивните вещества и пагубното им влияние върху организма е наложително да започва от ранна възраст чрез специализирани програми за профилактика и превенция на наркомании, тъй като в учебното съдържание по биологичните учебни дисциплини такава подходяща и системно структурирана информация липсва.

3. Особено значима е работата с родителите, насочена към повишаване на тяхната култура по отношение на употребата на наркотични вещества от подрастващите и активното им привличане в дейностите на училището, свързани с превенция на тази употреба.

4. Наложително е утвърждаването на училището като среда, в която се реализира ефективна превенция на употребата на наркотици, посредством подобряване на комуникацията между представителите на училищната общност (ученици, учители, родители, училищно ръководство, непедагогически състав) и формиране на атмосфера на доверие и позитивна нагласа към здравословния начин на живот.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Арнаудова, П.** Медико-социални проблеми на подрастващи зависими от наркотични вещества. – Социална педагогика, 2009, № 1.
2. **Ваклева, З.** Децата в неравностойно положение и наркотиците – информационни и образователни стратегии. Сб. научни доклади „Децата, семейството, училището и обществото в началото на XXI век“, Пловдив, „Камея Дизайн“ ООД, 2008, 224–229.
3. **Василев, М.** Факти и тенденции по проблемите на наркотиците и наркоманиите в България – 2006. Национален фокусен център за наркотици и наркомании. С., 2006.
4. **Войнова, Л.** Психология на напиването. Учениците злоупотребяват с алкохол, we don't care. Дневник, Вг ЕВРОПА, 11 октомври 2006.
5. **Годишен доклад за младежта на Република България за 2007 г.**, МС на Р България.
6. **Димитров, Г., С. Тачева, В. Данчев.** Българското училищно образование пред изискванията на новия век. – Стратегии на образователната и научната политика, 2008, 3, с. 211–220.

7. **Младешта в страната – състояние, проблеми, промени, тенденции, възможни параметри и насоки за младежка политика**“. Април, 2008.
8. **Национална стратегия за борба с наркотиците 2009–2013 г.**
9. **Обществена програма за превенция на употребата на наркотици в училищата.** <http://www.drug-free-school.org/>
10. **Учебни програми по Човекът и природата и Биология и здравно образование – МОМН.** <http://www.minedu.government.bg/>
11. **ESPAD – Европейски училищен изследователски проект за алкохол и други наркотици.** <http://www.espad.org/bulgaria>

## **THE PROBLEM OF DRUGS IN SCHOOL AND ITS PLACE IN THE CURRICULUM IN BIOLOGY**

*Margarita Panayotova*

### **Abstract**

The purpose of this study is to reveal the current status of the problem of drug addiction in school, in order to bring out the reasons for the deepening of this phenomenon and summarize the most effective preventive practices at home and abroad to reduce its spread, including through training in biological disciplines.

There are several standing out levels to solve the problem of drug addiction among students: through learning, skills and attitudes through biological education in school, training based on life-skills training and peer, introduction of program health education at school, increasing the role of parent boards; return to their attraction force of the school and others. In this context, there are some new approaches indicating in the prevention of drug addiction and draw conclusions about their application in school.

НАУЧНИ ТРУДОВЕ  
том 48, кн. 2, 2011

Методика на обучението

*Предпечатна подготовка: Цветелина Сотирова*  
*Печат и подвързия: УИ „Паисий Хилендарски“*

ISSN 0861-279X