

РЕФЛЕКСИВНИЯТ ПОДХОД ПРИ ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

Добринка Бойкина^{1,*}, Елена Тодорова²

^{1,2} Факултет по математика и информатика,
ПУ „П. Хилендарски“, Пловдив, бул. „България“ № 236

^{1,*} Автор за кореспонденция: d_boykina@abv.bg

² etodorova@uni-plovdiv.bg

Резюме. Представен е обзор на основни изследвания, посветени на рефлексията. Очертани са насоки за приложение на рефлексивния подход при обучението по математика – за изграждане на идеи при формиране на нови знания, при откриване на решения на непознати и неалгоритмични задачи, както и за съставяне на нови математически задачи за училищния курс по математика.

Ключови думи: рефлексия; самоорганизация, изграждане на идеи.

През последните десетилетия в психолого-педагогическата теория и практика все по-актуален става проблемът за приложение на рефлексивен подход в обучението по всички учебни предмети, в т.ч. и по математика. За да се активизира мисленето на учениците и се формира интерес към изучавания материал и за да се осигурят благоприятни условия за продуктивно развитие на интелектуалния и творческия им потенциал, е необходимо да се мотивира изследователската дейност с цел активиране на обучаемите. За формиране на изследователски умения у учещите основно значение има осъществяването на рефлексия върху своята дейност.

Не съществува общоприето определение на понятието рефлексия. С тази проблематика са се занимавали философи, психолози, педагози, както и специалисти по частните дидактики. Най-известен български психолог, изследвал рефлексивната проблематика е В. Василев, който е и съосновател на пловдивската школа по рефлексия. Според него Д. Шьон въвежда термините „рефлексия в действието“ и „рефлексия над действието“; П. Лавас и Г. Хандал създават стратегия за рефлексивно обучение, базирано на консултирането; Фр. Кортхаген е автор на тъй нар. модел ALACT, прилаган в обучението. Тук ще отбележим още

модификацията на този модел, направена в (Тодорова, 2014, с.17), насочена към проблема за формиране на рефлексивни умения и ключови компетентности у учениците при обучението по ИТ в училище, а също и усъвършенстваният от Н. Иванова модел ALACT на Кортхаген относно съответстващите въпроси за всяка от петте му фази на реализация (Иванова, 2015, с. 42). Сред специалистите по методика на обучението по математика и ИТ, автори на изследвания, свързани с рефлексивната тематика, са М. Георгиева, С. Гроздев, В. Милушев, Д. Френкев, К. Гъргов, Е. Тодорова, Н. Иванова и др.

В. Василев прави класификационен анализ на различните аспекти на феномена „рефлексия“, в резултат на което приема следната формулировка: „Рефлексията е социокултурно обусловена, инструментална интелектуална процедура, съзнателно насочена и осмислена към самопознание; познание за собствената познавателна дейност и на собствената личност. Рефлексията също е мислен диалог с другия, при което се възпроизвеждат логиката и съдържанието на мисленето на партньора, а субектът се самопознава чрез контрола и осъзнаването на въздействието на собственото си поведение върху партньора. Рефлексията е и мислено проследяване и контрол върху реализацията на знанията и качествата на субекта в практическата му дейност“ (Василев, 2006, с. 99). Авторът откроява и разграничава четири основни модуса рефлексия: интелектуална рефлексия в обучението; личностна рефлексия /рефлексия върху постъпките, дейностите, качествата на личността;/ рефлексия като диалог /комуникативна рефлексия;/ праксиологическа /професионална рефлексия/. В обучението по математика най-значими са интелектуалната и праксиологическата рефлексия. Интелектуалната рефлексия е „осъзнаване на основанията и източниците на нашите мисли, действия, знания, т.е. като мислено връщане, „спускане към корените“ на познавателното съдържание, рефлексивно възпроизвеждане на пътищата и начините, по които е добито знанието“ (Василев, 2006, с. 111).

Описаните от В. Василев в (2006, с. 112–113) когнитивни схеми, по които се организират такива процедури, и които впоследствие подходящо са адаптирани от В. Милушев (2008) за обучението в решаване на задачи, по същество представляват евристични схеми. Те удачно са съпоставени в (Иванова, 2015, приложение 1.1, с.2-3). Тези евристични схеми касаят реализацията на етапите на методиката за решаване на задачи и по-специално усвояването на условието на задачата и извличането на основната и специфичната информация от нея, ролята на тези видове информация при избора на методи за решаване, а също направата на изводи относно тяхната рационалност. При реализирането на посочените дидактически задачи се поставя акцент върху осъзнаването на самата рефлексивна процедура, чрез която се достига крайният резултат, а не толкова върху самия резултат. Това е така, защото главната цел, която се

преследва чрез тези задачи, е не само да се осъзнаят разсъжденията, които водят до овладяване на съответни методи на мислене и начини на действие, но и да се преобразуват те в разсъждения, които субектът да може да самоконтролира или, както ги нарича Н. Иванова, в „разсъждения от рефлексивен тип“ (Иванова, 2015, с. 36). В резултат на сравнително съпоставяне на моделите на Василев и Милушев, както и на цялостното проучване на проблема за рефлексията, тя прави няколко значими за практиката изводи, отнасящи се до прилагането на конкретни методи и методики за формиране на интелектуална рефлексия.

Като се опираме и на нашия практически опит, ще подчертаем, че използваните от Н. Иванова методи и методики за изграждане на посочения тип рефлексия имат богат формиращ потенциал в процеса на осъзнаване на собствените, спонтанно възникнали когнитивни схеми. Това насочва към технологични решения, чиято главна цел е овладяване на интелектуална рефлексия и нейното превръщане в инструмент за развиване на интелектуални умения на по-високо равнище (умения за рефлексивен анализ), които да бъдат приложими в следващи познавателни ситуации.

Праксиологическата рефлексия касае приложенията на придобитите знания, („технологизиране“, „инструментализиране“, реализация на идеи). Според В. Василев тя е „размишленията, чрез които субектът подбира нужните и най-подходящи знания, за да осъществи дадена практическа дейност, мисловните процедури чрез които се подготвя, регулира и контролира превръщането на тези знания в средства за решаване на професионални и житейски практически задачи ...; регулирането, контролирането и осмислянето на ефективността от използването на прагматизираните знания и действия ... и всичко това непрекъснато съотнасяно с особеностите на мислещия и действащ субект“ (Василев, 2006, с. 181). Взаимните връзки между двупосочните рефлексивни процеси, които те предопределят в условията на една интегрирана функционираща система, авторът уместно представя чрез схема-модел в (Василев, 2006, с. 183). За обучението по математика аналогични връзки разкрива и И. Ганчев в книгата (Ганчев, 1999, с. 36-39), където предлага два модела: единият представя *придобиването на математически знания* чрез дейностите конкретизиране, моделиране, практически действия и операции, а вторият илюстрира съответната *прагматична дейност*, която изисква *умения за прилагане на математическите знания*, посредством трите дейности – моделиране, решаване на математическата задача и конкретизация. В. Милушев, като разглежда методическите модели на Ганчев в контекста на рефлексивния подход и ги съгласува с упоменатия по-горе модел на Василев, конструира нов модел за ***придобиване и прилагане на математически знания*** в контекста на взаимовръзките между интелектуалната и праксиологическата рефлексия (Милушев, 2008, с. 42). Авторът определя връзките в долната част на тази схема като връзки

в процес на *усвояване*, а тези от горната – като връзки в процес на *прилагане*. Системата от рефлексивни дейности, представена схематично в този модел, е апробирана, в качеството на високоефективен обучаващ модел за овладяване на методи за решаване на математически задачи, в съвместната ни студия (Millousheva-Boikina, Milloushev, 2016, с. 31–79), (Tarasenkova, (Ed.), 2016).

Създаването на методики и технологии на обучение, които спомагат за прилагане знанията на хората в практическата им дейност, е основна цел на научните изследвания през последните две десетилетия. В този смисъл Н. Иванова привежда модела на Милушев като подходящ пример за насочване на образователния процес към практиката. Заслужава да се отбележи още, че рефлексивният подход в обучението, който се основава на цитирания по-горе модел на Милушев, има силно въздействие върху развитието на способността на решаващия дадена задача субект да мобилизира и ефективно да оползотвори своите интелектуални ресурси, някои от които се явяват „недобре осъзнати и дори неявни знания“ (Grozdev, 2007). Трябва да се има предвид, че предишният опит, неговото актуализиране и активиране, както и „излизането на светло“ на неявните знания, всички те са тясно свързани с рефлексията.

Структурният модел на рефлексивен подход (РП), предложен от Милушев, има важно приложение в обучението по математика, особено при овладяване на методи за решаване на задачи от учещите се. Така, с оглед практическа реализация на РП, т.е. постигане на праксиологическа рефлексия при разработване на тъй нар. „обучаващи решения“, специално в процеса обучаване на учениците (и студентите) на методи за решаване на задачи, РП не само мотивира в нужната степен учещия, най-вече чрез акцент върху широката приложимост на методите и, че те са ефективно средство за справяне с учебни проблеми, но и насочва учещия към самоорганизация на собствената си дейност (самоактуализация, самореализация, самоконтрол, саморегулация, самоусъвършенстване на личностните си качества). Практическият ни опит показва, че „рефлексивните знания и умения създават условия за целенасочено осъществяване на обобщение и пренос на по-рано усвоени способности в нови нестандартни ситуации на познавателната дейност“ (Бойкина, Маврова, 2010, с. 104). За целта обучаващият трябва да оползотворява рефлексивните възможности на учебното съдържание, което включва различни методи за решаване на задачи, и теоретичната основа за тяхното обособяване и фиксиране в съзнанието на субекта. Заедно с това е нужно да се създават условия за активизиране у учещия на ефективни типове рефлексии над знанията за съответните методи и над уменията му за прилагането им. Ще отбележим обаче, че за да може учителят да реализира и оползотворява рефлексивните възможности на учебното съдържание, трябва самият той да притежава компетенции с рефлексивен характер. Според Р. Иванова „рефлексивната компетенция може да се осъществява

като системообразуващ компонент на професионалната педагогическа дейност и като качество на личността, позволяващо възможно най-ефективно и адекватно осъществяване на рефлексията, която обезпечава развитие и саморазвитие, способства за креативността в учебната и професионалната дейност” (Иванова, 2018, с. 294). Оттук произтича потребност от формиране у студентите – бъдещи учители (и по математика) на съответни рефлексивни умения. Затова „формирането на рефлексивни умения в процеса на подготовка и преподготовка на учителите може да се разглежда като цел и стратегия на обучението за всяка степен на образование, доколкото рефлексивното търсене е „активно конструирано знание““ (Иванова, 2018, с. 295). Ние споделяме нейното мнение, че „към рефлексивните умения се отнасят: правилно формулиране на целите; тяхното конкретизиране в едни или други задачи; постигане на съответствие между учебното съдържание и поставените задачи; ефективно прилагане на методи, прийоми и средства на педагогическата дейност; постигане на съответствие между цялостния педагогически опит на учителя и закономерностите и правилата, предлагани от съвременните науки“ (Иванова, 2018, с. 296).

Защо е толкова актуална рефлексивната компетентност на учителя и въобще на всеки преподавател? Защото тя се явява неразделна част от цялостната му педагогическа, психологическа и методическа подготовка и спомага за решаване на различни проблеми, възникващи в учебния процес.

Проблемът за ефективно оползотворяване на възможностите на РП в обучението по математика у нас е изследван първо от М. Георгиева в монографията ѝ (Георгиева, 2001). Конструираният там концептуален модел на технология за рефлексивно обучение по математика и разработеният дидактически инструментариум за саморегулация, самоконтрол и самооценка са използвани като образец и при други изследвания в областта на методиката на обучението по математика. Най-ярки представители в това отношение са (Милушев, 2008; 2016; Иванова, 2015; Тодорова 2014 и др.). В нашата студия (Millousheva-Boikina, Milloushev, 2016, с. 34–36), анализирайки схематичния модел от (Георгиева, 2001, с. 12), който представя структурата на системата категории: „възприемане“, „разбиране“, „осмисляне“, „запомняне“, „рефлексия“, „приложение“ и „овладяване“, и като го изследвахме не само от гледна точка на рефлексивния подход, но и на синергетичните процеси, ние открихме и мястото на самоорганизацията в системата от когнитивни процеси, предхождащи приложението и овладяването на знанията, както и не по-малко важния процес (на мегаравнище) – бъдещи приложения на овладените знания при решаване на съответни проблеми. В резултат на всичко това ние разработихме нов схематичен модел (Fig. 2. на с. 35 в (Millousheva-Boikina, Milloushev, 2016)). От цитираните модели, на базата на сравняване на представените връзки между отделните компоненти, в тази студия сме направили съответни изводи относно мястото и ролята на

отделните когнитивни процеси за проява на рефлексия и формиране на рефлексивни способности у учещите субекти.

В резултат на проведеня дотук анализ на основни изследвания, посветени на рефлексията, можем в синтезиран вид да изкажем следните обобщения. Рефлексията спомага да се обвързва съзнателно познавателният процес с приложението на знанията в практиката. А щом рефлексията е процес – интелектуална процедура, то тя се свързва с интелектуалното развитие на учещия. В обучението тя се явява движеща сила за формиране на личността му. Ученикът подлага на съмнение и критичен анализ собствената си дейност, преразглежда и осмисля своите знания. Рефлексията се разгръща в активна комуникативна среда – чрез обсъждане, дискусии и пр. При работа с математически задачи, ако рефлексивният процес е обвързан с решаване на конкретни практически проблеми, според нас той придобива специфични особености, които, специално в контекста на праксиологическата рефлексия, се отнасят до целесъобразен избор от субекта на подходяща идея или метод, или съчетание от методи. Практиката показва, че за това съдейства своевременното даване, от страна на учещия субект, на словесен отчет за своята дейност – както относно подбора на нужните теоретични знания за решаване на дадена задача и за това как, по какъв начин те се превръщат в средство за решаване на задачата; така и своеобразно даване на собствена оценка за целесъобразност и ефективност от прилагането на избраните методи и идеи в процеса на решаването на разглежданата задача, т.е. осъществяват се следните характеристики на рефлексивния процес: регулиране, контролиране и осмисляне на прагматизираните знания, идеи, методи и действия. Считаме също, че е важно и стиковането на праксиологическата рефлексия с интелектуалната, понеже то спомага за по-задълбочено разкриване тяхната същност. Това позволява да се заключи, че в обучението по математика е съществен т.н. „вътрешен опит“ на субекта, който е важно условие за проява на рефлексия. При усвояване на математически опит рефлексията се характеризира с: интензивно умствено занимание, целенасоченост, преодоляване на трудности при решаване на задачи, развитие и самоизменение на личността. По-конкретно, при усвояване на математически опит учещият субект осъществява редица дейности: ориентира се в задачата чрез анализ, актуализира нужните знания, използва ги в процеса на решаване на поставения (или възникнал) проблем, съставя хипотези, прилага и варира налични знания и умения, открива нови решения, реализира етапа „поглед назад“ над тези решения, прави изводи относно собствената си дейност. По такъв начин, РП, съчетан с дейността, води до разбиране същността на усвояването като процес на превръщане на социокултурния опит в индивидуален, личностен опит. Една от важните характеристики на рефлексивния учебен процес се свежда до такова качествено самоизменение на учещия, което го превръща в активен субект на

собствената си учебна дейност, в която предмет на ученето не е толкова усвояването на математически знания и умения, колкото самата дейност на обучаващия се. Именно рефлексията има решаващо значение за целенасочено усвояване на „математическия опит“, в процеса на което се реализират разнообразни дейности, които изискват по-високо умствено усилие. Това показва и целесъобразност от подходящо оползотворяване на възможностите на дейностния подход в обучението по математика. Във връзка с това естествено възниква и въпросът: „коя страна на дейностния подход може да служи за основа на нова стратегия на обучението по математика днес при новите реалности?“ В това отношение отново проф. М. Георгиева и проф. С. Гроздев, в последната си съвместна книга (2017) издигат идея за нова парадигма в обучението, в образователната система и изобщо в научното познание – т.нар. NDM–парадигма. В тази монография авторите търсят и предлагат необходими и достатъчни условия за очертаване на оптимален път за интелектуално развитие на човека от детска до зряла възраст. Чрез използване на предимствата на математическото моделиране те описват динамиката на различни оптимизационни процеси за съвременно обучение и предлагат съответни дидактически модели, насочени към развитие на личността на учениците. Основното при овладяването на опит при решаване на различни проблеми е усвояването на *същността*, която води до формиране на теоретично мислене. В този контекст приоритетно е отношението между усвояването и приложението на опита, като удовлетворяване на познавателна потребност. Всичко това потвърждава връзките между интелектуалната и праксиологическата рефлексия, които са представени чрез комплексния модел за овладяване и прилагане на математически знания и умения, представен в (Милушев, 2008, с. 42).

Подкрепяме мнението на М. Георгиева (2001, с. 13), че рефлексията е не само характеристика на теоретично мислене, но и подход за формиране специални умения за учене и развитие личността на учещите. Това дава основание да заключим, че рефлексията играе важна роля в познанието и може да се проявява като източник за изграждане на **идеи** – както за формиране на нови знания, така и за откриване решения на непознати или неалгоритмични задачи, а също и за съставяне на нови задачи за училищния курс по математика. Тези идеи ще бъдат разгледани в други публикации.

Благодарности

Авторите изказват благодарност към НП ФП19-ФМИ-002 „Иновационни ИКТ за дигитално научноизследователско пространство по математика, информатика и педагогика на обучението“ към Фонд Научни изследвания на ПУ „Паисий Хилендарски“, за частичното финансиране на настоящата работа.

Литература

- [1] Бойкина, Д., Р. Маврова, *Рефлексията – движеща сила за развитието на личността на ученика. – Сборник доклади на юбилейната международна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“*, Бачиново, Благоевград, 2010. сс. 103-109, ISBN 978-954-561-195-7.
- [2] Василев, В., *Рефлексията в познанието, самопознанието и практиката*. Пловдив: „Макрос“, 2006, ISBN 978-954-561-195-7.
- [3] Ганчев, Ив., *Основни учебни дейности в урока по математика* (синтез на резултати от различни изследвания), С.: „Модул-96“, 1999, 198 с.
- [4] Георгиева, М., *Рефлексията в обучението по математика (V-VI клас)*. В.Търново: „Faber“, 2001, 199 с.
- [5] Георгиева, М., С. Гроздев, *Морфодинамиката за развитието на ноосферния интелект. (Нова динамична модификация (NDM-парадигма) в границите на „Аз-концепцията“ на математическото моделиране)*, 5-то прераб. изд. София: „Изток-Запад“, 2017, 326 с., ISBN 978-619-152-869-1.
- [6] Иванова, Н., *Рефлексивни и синергетични аспекти на евристичната дейност в обучението по планиметрия (в 7-8 клас)*. Дисертационен труд за присъждане на ОНС „доктор“, Пловдив, 2015, 367 с.
- [7] Иванова, Р., *Относно рефлексивните умения и компетенции на учителя. – В: Книга за рефлексията*. Авторски колектив. Пловдив: УИ „Паисий Хилендарски“, 2018, сс. 289–299, ISSN 978-619-202-326-3.
- [8] Милушев. В., *Триадата дейности решаване, съставяне и преобразуване на математически задачи в контекста на рефлексивно-синергетичния подход*. Дисертация за присъждане на НС „доктор на педагогическите науки“, Пловдив, 2008, 414 с.
- [9] Милушев, В., *Рефлексивно-синергетичен подход при обучението по математика*, Сп. „Стратегии на образователната и научната политика. Рефлексия и обучение“, т. XXIV, кн. 1, (2016), НИОН „Аз Буки“, 2016, сс. 69–85. ISSN 1310–0270 (Print), ISSN 1314–8575 (Online).
- [10] Тодорова, Е., *Рефлексията в обучението по информационни технологии*, Автореферат на дисертационен труд за присъждане на ОНС „доктор“. Пловдив: ПУ „Паисий Хилендарски“, 2014.
- [11] Grozdev, S., *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice)*. Sofia, 2007, 295 p.
- [12] Millousheva-Boikina, D., V. Milloushev, *Methodology for Mastering Methods for Solving Mathematical Problems*, In: N. Tarasenkova (Ed.), *Conceptual Framework for Improving the Mathematical Training of Young*

People. Monograph, Budapest, Hungary: SCASPEE, 2016, pp. 31-79.
ISBN 978-963-12-7666-4 <http://seanewdim.com/other-publications.html>

REFLEXIVE APPROACH IN MATHEMATICS EDUCATION

Dobrinka Boykina^{1,*}, Elena Todorova²

^{1,2} *Faculty of Mathematics and Informatic,
PU "Paisii Hilendarski", 236, Bulgaria Blvd., Plovdiv, Bulgaria*

* *Corresponding author: d_boykina@abv.bg*

² *etodorova@uni-plovdiv.bg*

Abstract. An overview of basic investigations on reflection is presented. Ideas for applying the reflexive approach in mathematics education are outlined – about creating ideas in forming new knowledge, for finding out solutions of unknown or non-algorithmic problems, as well as for creating new mathematical problems for the school course in mathematics.

