

Финансова математика

Упражнение 2.3

Чистият лихвен процент е:

$$0,71 \cdot 2,75\% = 1,9525\%.$$

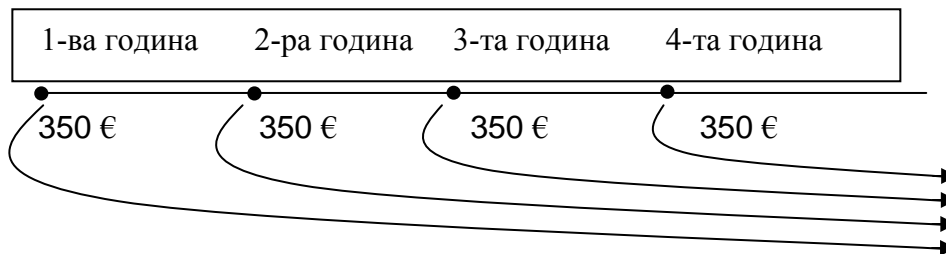
Олихвеният капитал тогава е $\left(1 + \frac{1,9525}{100}\right)^4 \cdot 5800 \text{ €} = 1,019525^4 \cdot 5800 \text{ €} = 6266,42 \text{ €}$.

Отговор:

6266,42 €

Упражнение 2.8

Случаят се описва със следната графика:



Най-напред изчислете отделно крайната стойност на всеки депозит в края на четвъртата година. Определете чистия лихвен процент на сметката за пресмятане на крайните стойности. Това ще получите, като извадите данъка на първоначалната сума от големия лихвен процент.

Чистият лихвен процент е:

$$0,71 \cdot 1,75\% \text{ на година} = 1,2425\% \text{ на година.}$$

Крайната цена на депозитите е:

4. депозит: $1,012425 \cdot 350 \text{ €}$ (натрупана лихва за една година),

3. депозит: $1,012425^2 \cdot 350 \text{ €}$ (натрупана лихва за две години),

2. депозит: $1,012425^3 \cdot 350 \text{ €}$ (натрупана лихва за три години),

1. депозит: $1,012425^4 \cdot 350 \text{ €}$ (натрупана лихва за четири години).

Олихвените капитали, състоящи се от депозитите образуват геометрична прогресия с четири члена, в която първият член е $1,012425 \cdot 350 \text{ €}$ и частното е $1,012425$. Поради това, крайната стойност на последователните плащания е геометричната прогресия:

$$a = 1,012425 \cdot 350 \text{ € (първи член),}$$

$$q = 1,012425 \text{ (частно),}$$

$$n = 4 \text{ (брой членове).}$$

Комбинираната крайна стойност на депозитите от формулата за геометрична прогресия е:

$$\frac{1,012425 \cdot 350 \text{ €} \cdot (1 - 1,012425^4)}{1 - 1,012425} = 1444,03 \text{ €}$$

Отговор:

В сметката има 1444,03 евра.

Упражнение 2.10

Решение:

Чистият лихвен процент на сметката е $0,71 \cdot 2,25\%$ на година = $1,5975\%$ на година. Тогава изчислете колко е общата акумулирана лихва на депозитите за една година.

Имаме следните месеци на депозитите:

$$9 + 6 + 3 + 0 = 18 \text{ месеца.}$$

Акумулираната лихва от депозитите в края на годината е:

$$670 \text{ €} \cdot \frac{1,5975}{100} \cdot \frac{18}{12} = 16,054875 \text{ €}.$$

Когато добавим лихвата към капитала се получава новото рекурентно плащане, направено в края на годината:

$$4 \cdot 670 \text{ €} + 16,054875 \text{ €} = 2696,054875 \text{ €}.$$

Накрая да изчислим комбинираната крайна стойност на рекурентните плащания в края на петата година, ако в края на всяка година е правено плащане от $2696,054875 \text{ €}$.

Стойността в края на петата година е:

5 .депозит: $2696,054875 \text{ €}$,

4. депозит: $1,015975 \cdot 2696,054875 \text{ €}$ (натрупана лихва за една година),

3. депозит: $1,015975^2 \cdot 2696,054875 \text{ €}$ (натрупана лихва за две години),

2. депозит: $1,015975^3 \cdot 2696,054875$ € (натрупана лихва за три години),

1. депозит: $1,015975^4 \cdot 2696,054875$ € (натрупана лихва за четири години).

Олихвените капитали, състоящи се от депозитите образуват крайан геометрична прогресия с пет члена, в която първият член е 2696,054875 € и частното е 1,015975. Поради това, крайната стойност на последователните плащания е геометричната прогресия:

$$a = 2696,054875 \text{ € (първи член),}$$

$$q = 1,015975 \text{ (частно),}$$

$$n = 5 \text{ (брой членове).}$$

Комбинираната крайна стойност на депозитите от формулата за геометрична прогресия е:

$$\frac{2696,054875 \text{ €} \cdot (1 - 1,015975^5)}{1 - 1,015975} = 13917,90 \text{ €}.$$

Отговор:

В сметката има 13917,90 евра.

Упражнение 2.15

Решение:

а) Ето основната таблица на плащанията, получена с Excel, включваща и платената обща лихва:

Брой плащания	Заем	Лихва	Вноска	Плащане (€)
1	25 200,00€	1 222,20€	3 150,00€	4 372,20€
2	22 050,00€	1 069,43€	3 150,00€	4 219,43€
3	18 900,00€	916,65€	3 150,00€	4 066,65€
4	15 750,00€	763,88€	3 150,00€	3 913,88€
5	12 600,00€	611,10€	3 150,00€	3 761,10€
6	9 450,00€	458,33€	3 150,00€	3 608,33€
7	6 300,00€	305,55€	3 150,00€	3 455,55€
8	3 150,00€	152,78€	3 150,00€	3 302,78€
	Общо	5 499,90€	25 200,00€	30 699,90€

б) Да изчислим най-напред годишната вноска за $N = 25\,200$ €, $p = 4,85\%$ на год. при $n = 8$.

Годишната вноска е:

$$\frac{1,0485^8 \cdot 0,0485}{1,00485^8 - 1} \cdot 25200 \text{ €} = 3875,38 \text{ €} \approx 3875 \text{ €}.$$

След това да направим таблицата на вноските, заедно с лихвата и плащанията. Поставяме последното плащане така, че да се изплати оставащият заем и лихвата му. Накрая изчисляваме общата лихва.

Брой плащания	Заем	Анютет (годишна лихва)	Лихва	Вноска
1	25 200,00€	3 875,00€	1 222,20€	2 652,80€
2	22 547,20€	3 875,00€	1 093,54€	2 781,46€
3	19 765,74€	3 875,00€	958,64€	2 196,36€
4	16 849,38€	3 875,00€	817,19€	3 057,81€
5	13 791,57€	3 875,00€	668,89€	3 206,11€
6	10 585,46€	3 875,00€	513,39€	3 361,61€
7	7 223,86€	3 875,00€	350,36€	3 524,64€
8	3 699,22€	3 878,63€	179,41€	3 699,22€
	Общо	31 003,63€	5 803,63€	25 200,00€

Отговор:

- а) Общата лихва при изплащане на заема с постоянни (еднакви) вноски е 5 499,90€.
- б) Анютетът на годишната вноска на заема е 3875 евра, като последният анютет е 3878,63 евра.
- Общата лихва на годишната вноска на заема е 5803,63 евра.