

Въведение в *Calculus WIZ* и *The Mathematical Explorer*

Как да се снабдите с Calculus WIZ и The Mathematical Explorer

Програмите *Calculus WIZ* и *The Mathematical Explorer* са самостоятелни софтуерни продукти за изучаване на голям брой области на математиката (виж по-нататък подробности). Те са комерсиални продукти, разработени от фирмата Wolfram Research, Inc. (<http://wolfram.com/>) и се продават от локални дистрибутори по целия свят. Повече информация за вашия локален дистрибутор може да намерите на адрес: <http://store.wolfram.com/>. В момента има версии за Windows и Mac OS. Докато *Calculus WIZ* е главно предназначен за подпомагане работата в класовете по математически анализ на елементарно ниво (включително домашни работи и самоподготовка на студентите), *The Mathematical Explorer* е разработен с цел да служи като самостоятелен пътеводител в едно от най-големите открития на човечеството – математиката, като представя основните идеи и концепции, поставили основите на различни клонове на класическата и съвременната математика.

Инсталация

Продуктите се разпространяват на CD в кутия. В тях се намират и брошури с описание на процеса на инсталиране. И двата продукта изискват лицензен номер и валидна парола, за да работят. Тези числа са напечатани на етикета на съответното CD. По принцип, инсталацията е много проста и се ръководи от Съветваща програма.

Calculus WIZ

Calculus WIZ е средство, което подпомага студента да решава повечето математически задачи от традиционен първи курс по математически анализ. Той намалява еднообразните ръчни пресмятания, помага на студентите да научат концепциите чрез експериментиране и визуализация. Въпреки страха, че студентите ще развият силна зависимост от технологиите, този софтуер реално помага на потребителя да разбере необходимите стъпки при решаване на задачите, които често са скрити зад огромните изчислителни детайли и междинните стъпки, когато задачата се решава ръчно.

Задачите на математическия анализ могат да се решават чрез просто кликане върху бутон и запълване на информация в дадена форма. *Calculus WIZ* комбинира форми за решаване на задачи (способни да решат повечето задачи от

учебниците) с кратко резюме на съответната теория (например, теорема за средните стойности, сходимост на степенни редове и т.н.) и друга информация, която се предлага в стандартните учебници. *Calculus WIZ* е самостоятелен продукт, основан на установената технология на *Mathematica* (също от Wolfram Research, Inc.). Използва се ядрото на *Mathematica 4* като изчислителна машина. Както повечето продукти на Wolfram се работи с бележниците (Notebook) на *Mathematica*, които са хипертекстови документи за комбиниране на текст, графики, формули и лесноизползваем интерфейс, който е напълно интерактивен и позволява създаване на анимации. Математическите символи се пишат или с използване на специални клавиши и се избират от палети.

Calculus WIZ е организиран в глави и секции, които са подредени по схемата на стандартен курс в книга по математически анализ: функции и графики, граници, диференциране, теорема за средните стойности, построяване на графики, приложения на производните, интегриране, приложения на интегрирането, трансцендентни функции, техники на интегриране, параметрични и полярни уравнения, безкрайни редици, несобствени интеграли, безкрайни редове, диференциални уравнения.

Главите и секциите са лесно достъпни от помощно меню и вградени хипервръзки в целия продукт. Въпреки че *Calculus WIZ* е пълен набор за математически анализ, както и повечето книги, той е предназначен да оказва помощ за домашната работа. Той съдържа моделен документ за учителя, който да съставя заданието за всеки студент индивидуално.

Хипервръзката:

<http://www.wolfram.com/products/student/calcwiz/demo.html>

предоставя кратка информация за възможностите на *Calculus WIZ*, а също така илюстрира неговия интерфейс. Разбира се, тази уеб-симулация не е точно самият *Calculus WIZ*, но наличната функционалност на симулацията показва на потребителя допълнителна информация за начина на работа на целия продукт.

Calculus WIZ е организиран в помощния браузър от заглавие, глава, секция и подсекция. Домашната работа с *Calculus WIZ* бележника има примери със средна по трудност упражнения, както в учебник. Те са решени по три различни начина: с автоматичните солвъри (решатели) на *Calculus WIZ*, с методите от учебниците и с кратки моделни програми на *Calculus WIZ*. Трите решения дават възможност да сравните различните методи. Тук привеждаме един пример от помощния браузър. Ръчните изчисления са обяснени както следва:

Calculus WIZ

File Edit Format Kernel Find Window Help

Help Browser

Go To: CalculusWiz 17.1.3 Back Hide Categories

Calculus WIZ Built-in Functions Other Information

Getting Started Master Index

Table of Contents

- Calculus WIZ Text
- Solvers
 - Conics
 - Parametric and Polar Equations
 - Infinite Sequences
 - Improper Integrals
 - Infinite Series
 - Differential Equations
 - Index
- Separable
 - First-Order Linear
 - Second-Order Linear
 - Forced Second-Order
- Definition
- Solutions
- Separation of Variables
- Initial Value Problems
- Exercises

■ Example: hand solution of $\frac{dy}{dx} = e^y \cos[x]$

First, the equation

$$\frac{dy}{dx} = e^y \cos[x]$$

is separable and may be written in differential form as

$$e^{-y} dy = \cos[x] dx.$$

Second, the integrals are easy to compute.

$$\int e^{-y} dy = \int \cos[x] dx$$

$$-e^{-y} = \sin[x] - c, \text{ or}$$

$$e^{-y} = c - \sin[x], \text{ for a constant } c.$$

Следва начинът, по който същата задача се решава с кратката моделна програма на *Calculus WIZ*:

Calculus WIZ

File Edit Format Kernel Find Window Help

Help Browser

Go To: CalculusWiz 17.1.3 Back Hide Categories

Calculus WIZ Built-in Functions Other Information

Getting Started Master Index

Table of Contents

- Calculus WIZ Text
- Solvers
 - Conics
 - Parametric and Polar Equations
 - Infinite Sequences
 - Improper Integrals
 - Infinite Series
 - Differential Equations
 - Index
- Separable
 - First-Order Linear
 - Second-Order Linear
 - Forced Second-Order
- Definition
- Solutions
- Separation of Variables
- Initial Value Problems
- Exercises

▼ Calculus WIZ example: solution of $\frac{dy}{dx} = e^y \cos[x]$

EVALUATE CALCULUS WIZ INPUT

```
In[4]:= Clear[x, y, f];
f[x_, y_] := e^y Cos[x];
DSolve[y'[x] == f[x, y[x]], y[x], x]
```

Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found.

```
Out[6]:= {{y[x] -> -Log[C[1] - Sin[x]]}}
```

Notice the $C[1]$ in *Calculus WIZ*'s solution. This stands for an arbitrary constant.

Както и в класически учебник, някои задачи могат да се задават в текстова форма.

The screenshot shows the 'Calculus WIZ' software interface. At the top is a menu bar with 'File', 'Edit', 'Format', 'Kernel', 'Find', 'Window', and 'Help'. Below it is a 'Help Browser' window with a search bar containing 'CalculusWiz 7.2.6' and buttons for 'Go To', 'Back', and 'Hide Categories'. There are also buttons for 'Calculus WIZ', 'Built-in Functions', 'Other Information', 'Getting Started', and 'Master Index'. A table of contents is visible, with 'Applied Maxima-Minima Problems' selected. The main content area displays the title 'Applied Maxima-Minima Problems' and 'The Nearest Point'. The text reads: 'Find the point on the parabola $y = x^2$ nearest to the point $(\frac{1}{2}, 2)$. The next Input cell generates an animation of a blue point moving along the parabola with a red segment connecting it to the point. (To run the animation, click the ANIMATE button.)' Below this is a link: 'Calculus WIZ example: animated motion along the parabola'. A graph window titled 'ANIMATE CALCULUS WIZ GRAPHIC' shows a coordinate plane with a blue parabola $y = x^2$ and a red point at $(0.5, 2)$. A red line segment connects the point on the parabola to the red point. Below the graph, it says: 'The distance between the point (x, y) and (a, b) is given by'.

The Mathematical Explorer

The Mathematical Explorer е електронен учебник, разделен на 15 глави: Прости числа, Математически анализ, Формули за изчисляване на числото π , Квадратни колела, Силата на пробните цифри, Секретни кодове, Забавна математика, Изследване на образците на Ешер, Разновидности на розите, Фрактализация на костенурки, Образци на хаоса, Последна теорема на Ферма, Хипотеза на Риман, Необикновени числови системи и Теорема за четирите цвята.

Всяка глава има няколко подглави. Повечето математически раздели включват това, което се очаква от заглавието им. Читателят се запознава с непрекъснатите дроби, диофантовите уравнения, модулната аритметика, задачата на Бюфон-Нидъл, числата на Фибоначи, задачата за брахистоструната, покрития на пространството с криви и др. Всяка глава е разширена с исторически бележки и кратки биографии на най-големите математици, които са допринесли към дадения въпрос (включително Евклид, Ферма, Гаус, Ойлер, Нютон, Риман, Уайлс и много други). В помощния браузър, секция Демонстрации, могат да се намерят много интересни примери на символно-числени пресмятания, такива като 33 представяния на константата на Каталан, Решаване на уравнението на Нютон с редове, Изчисляване на многополюсно поле и др. Тези демонстрации са допълнителна информация и не са включени в основните теми, разглеждани в книгата.

The Mathematical Explorer е самостоятелен продукт, създаен на базата на технологията на *Mathematica* (за изчислителна машина е използвано ядрото на *Mathematica 4*). Потребителският интерфейс на *Mathematical Explorer* е замислен чрез електронния текст на помощния браузър на *Mathematica*. Това позволява избирането на глави, секции и подсекции чрез интерфейс, базиран на кликване с мишката. Той също така дава възможност да се търсят концепции, биографии на математици, цитати и т.н. , както и предлага цитати към материали за самата *Mathematica*. С цел да може да изследва или да експериментира, потребителят се препраща към израз (или програма) на *Mathematica*, които се активират с натискане на Shift и Enter. Резултатите са впечатляващи – създават се графики и таблици, често се манипулират и опростяват сложни алгебрични изрази и следователно се елиминират скучни ръчни изчисления. Текстът е написан в леснодостъпен и приятелски тон. The text is written in an approachable and friendly tone. Читателят е предизвикан с голям брой примери към всеки раздел.

Основната цел, преследвана от *Mathematical Explorer* най-добре е обяснена в нейното въведение:

“*The Mathematical Explorer* е едно интерактивно пътуване през някои от най-увлекателните задачи в историята на математиката – задачи, които са предизвиквали математиците от древна Гърция чак до нашето модерно време. Той включва и въпроси, чиито решения бяха намерени съвсем наскоро като последната теорема на Ферма и компютърното доказателство на теоремата за четирите цвята, но също така и разглежда все още нерешени проблеми като хипотезата на Риман.”

“Разработката на всяка глава е замислена да бъде както образователна, така и занимателна; тя включва ясно обяснение на важни идеи едновременно с увлекателни културни и исторически детайли. Много теми имат строго изчислителна подплънка, докато други са по-добре разбираеми с графичната им визуализация. В *Mathematical Explorer* са интегрирани мощната изчислителна машина и интерфейса, залегнали в технологията на *Mathematica*, спечелилата награди техническа изчислителна система на Wolfram Research. С *Mathematical Explorer*, Вие можете да изпълнявате голям брой числени и символни изчисления, както и да създавате неограничен брой масиви от графики, които да Ви помогнат по-добре да разберете идеите, които изследвате.”

“*The Mathematical Explorer* е проектиран като отворен, интерактивен ресурс в света на съвременната математика, такъв, който Ви позволява да се вървите по изчислителните стъпки на най-големите математици и да експериментирате с чудото на откривателството, което е увеличало аматьори и професионалисти през вековете.”

Примерна извадка от главата *Прости числа*:

The Mathematical Explorer

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Help Browser

Go To: 1.3.1 Back Hide Categories

Main Contents Getting Started Demos
Other Information Reference Guide Master Index

Preface Introduction Question 1
Prime Numbers What is a Prime? Question 2
Calculus How Many Primes?
Formulas for Computing Pi Questions on Euclid's Proof
Square Wheels Certainty of Primality
The Power of Check Digits Importance of Primes
Largest Prime Number

Prime Numbers

Questions Raised By Euclid's Proof

Question 1

After thinking about [Euclid's proof](#) that there are an infinite number of prime numbers, several questions, still unresolved today, immediately come to mind. The following question is easy to investigate.

Question 1: How often is an integer of the form $1 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \dots$ prime?

Numbers of the form $1 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ are called **Euclid numbers**.

The expression $\prod_{i=1}^n i$ is a mathematical notation used to represent the product of the integers 1 through n . So for example, the following gives the

Извадка от биографията на математик:

The Mathematical Explorer

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help


Help Browser

Go To: 1.A.4 Back Hide Categories

Main Contents Getting Started Demos
Other Information Reference Guide Master Index

Fermat's Last Theorem Maurits Escher
Riemann Hypothesis Euclid
Unusual Number Systems Leonhard Euler
Four-Color Theorem Mitchell Feigenbaum
Mathematicians Pierre de Fermat
Afterword Leonardo Fibonacci
Galileo Galilei

Mathematicians



Euclid of Alexandria (c.365 BC - c.300 BC)

Euclid, a Greek who lived in Alexandria (now in Egypt) about 300 BC, wrote a book called *The Elements*, which has outsold all other books on mathematics. In fact, *The Elements* consists of 13 books, and it covers just about all the mathematics known at that time. While it is not clear exactly which proofs in the book can be credited to Euclid himself, it is generally accepted that Euclid discovered the beautiful proof that there are infinitely many prime numbers. Moreover, the Euclidean algorithm, which plays a prominent role in Greek geometry and number theory, is perhaps

Стейн Вейгън, автор на софтуера, казва "С всяка изминала година, все повече математиката става експериментална по природа, с много изчислителни часове за откриване на нови зависимости и формули. Едно следствие от това изчислително отместване в математиката е, че голяма част от нейните области – както класически, така и съвременни, стават достъпни за хора без специална подготовка. Това е възможно, защото сложните алгоритми и методи за визуализация, които по-рано бяха област само за няколко специалисти, сега са отворени за целия свят.

The Mathematical Explorer е един опит да се покаже как елементарните изчисления могат да хвърлят светлина върху много увлекателни обяснения, от лесноразбираемата теорема за четирите цвята и последната теорема на Ферма до много по-абстрактната и по-важна хипотеза на Риман."

Хипервръзката <http://www.wolfram.com/products/explorer/topics/> съдържа извадки от всяка от 15-те глави на *Mathematical Explorer*.


Следва кратка извадка от тази хипервръзка:



The Power of Check Digits Modular Arithmetic, Symmetries, and Group Theory

Много аспекти от съвременното общество са основани на определени числа, за проверка на някои обекти. Банкнотите използват серийни номера, колите и стокообменът използват идентификационни номера, книгите имат интернационален стандартен номер, много потребителски продукти имат баркодове или друга идентификационни номера. За щастие, проста система за означаване на числата, наречена пробни цифри (check digits), може да проверява идентичността на всякакви видове серийни и регистрационни номера. Открийте много системи от пробни знаци и се поровете в една от най-увлекателните части на математиката, свързана с модулната аритметика, симетриите и теорията на групите.

To see how this computation is done in practice, consider the code on the back of a pint of Ben and Jerry's Cherry Garcia Ice Cream, in this case given as 076840100156.



UPC from Ben and Jerry's Cherry Garcia Ice Cream

The 6 comes from the other digits as indicated above.

```
Mod[10 - {3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3},  
      {0, 7, 6, 8, 4, 0, 1, 0, 0, 1, 5}, 10]
```

```
6
```

```
AddCheckDigit[07684010015, UPC]
```

```
76840100156
```

```
VerifyCheckDigit[0768401015, UPC]
```