

Крайни разлики

Нека интерполационните възли x_0, x_1, \dots, x_n са равноотдалечени със стъпка $h > 0$, т.е. $x_k = x_0 + kh, k = 0, 1, \dots, n$. И нека е дадена таблицата от стойности на функцията $y = f(x)$:

x_i	x_0	$x_1 = x_0 + h$...	$x_n = x_0 + nh$
y_i	y_0	y_1	...	y_n

Определение 1. Крайни разлики от първи ред наричаме:

- в x_0 : $\Delta_0 = y_1 - y_0$; в x_1 : $\Delta_1 = y_2 - y_1$, ..., в x_{n-1} : $\Delta_{n-1} = y_n - y_{n-1}$ ИЛИ в общия случай: x_i : $\Delta_i = y_{i+1} - y_i, i = 0, 1, \dots, n-1$.

Определение 2. Крайни разлики от втори ред наричаме:

- в x_0 : $\Delta_0^2 = \Delta_1 - \Delta_0$; в x_1 : $\Delta_1^2 = \Delta_2 - \Delta_1$, ..., в x_{n-2} : $\Delta_{n-2}^2 = \Delta_{n-1} - \Delta_{n-2}$ ИЛИ в общия случай: x_i : $\Delta_i^2 = \Delta_{i+1} - \Delta_i, i = 0, 1, \dots, n-2$.

Определение 3. Крайни разлики от k -ти ред наричаме числата:

$$\Delta_i^k = \Delta_{i+1}^{k-1} - \Delta_i^{k-1}, i = 0, 1, \dots, n-k, k = 1, \dots, n.$$

Получаваме следната триъгълна таблица на крайните разлики:

i	x_i	y_i	Δ_i	Δ_i^2		Δ_i^{n-1}	Δ_i^n
0	x_0	y_0	Δ_0	Δ_0^2		Δ_0^{n-1}	Δ_0^n
1	x_1	y_1	Δ_1	Δ_1^2		Δ_1^{n-1}	
2	x_2	y_2	Δ_2	Δ_2^2			
...							
$n-2$	x_{n-2}	y_{n-2}	Δ_{n-2}	Δ_{n-2}^2			
$n-1$	x_{n-1}	y_{n-1}	Δ_{n-1}				
n	x_n	y_n					

Пример. Да се състави таблицата на кр. р. по стойностите на функцията $y = e^x$:

x_i	3.60	3.65	3.70	3.75	3.80	(*)
y_i	36.598	38.475	40.447	42.521	44.701	

Определяме $h = 0.05$, равномерна стъпка – можем да ползваме кр.р.
Таблицата е:

i	x_i	y_i	Δ_i	Δ_i^2	Δ_i^3	Δ_i^4
0	3.60	36.598	1.877	0.095	0.007	-0.003
1	3.65	38.475	1.972	0.102	0.004	
2	3.70	40.447	2.074	0.106		
3	3.75	42.521	2.180			
4	3.80	44.701				

Забелязваме, че крайните разлики за дадената функция намаляват по стойност.