

Абсолютна и относителна грешка

Нека x е дадено точно число, а \tilde{x} е негово приближено.

Определение 1. Реалното число $\alpha(\tilde{x})$ се нарича абсолютна грешка на приближението \tilde{x} на x , ако е горна граница на модула на тяхната разлика, т.е.

$$\alpha(\tilde{x}) \geq |x - \tilde{x}|. \quad (1)$$

Последното се записва и като равенство $\alpha(\tilde{x}) = |x - \tilde{x}|$.

Ще отбележим, че абсолютната грешка зависи от мерната единица, например килограм, метър, унция и т.н. Ако разрешим неравенството (1) спрямо x ще получим: $\tilde{x} - \alpha(\tilde{x}) \leq x \leq \tilde{x} + \alpha(\tilde{x})$, което определя интервала $[\tilde{x} - \alpha(\tilde{x}); \tilde{x} + \alpha(\tilde{x})]$, в който се намира точното число.

Определение 2. Реалното число $\Delta(\tilde{x})$ се нарича относителна грешка на приближението \tilde{x} на x , ако удовлетворява условието

$$\Delta(\tilde{x}) \geq \frac{\alpha(\tilde{x})}{|\tilde{x}|}, \quad \tilde{x} \neq 0.$$

Записва се и като:

$$\Delta(\tilde{x}) = \frac{\alpha(\tilde{x})}{|\tilde{x}|}$$

Относителната грешка е безмерна величина и се изразява с проценти.

Пример. Да се намерят относителните и абсолютните грешки на числото $x = 2/7$ и две негови приближения $\tilde{x}_1 = 0,286$ и $\tilde{x}_2 = 0,2857$.

Решение. Имаме $x = \frac{2}{7} = 0,285714285\dots$

За абсолютните грешки намираме:

$$|x - \tilde{x}_1| = |-0,00028571\dots| \leq \alpha(\tilde{x}_1), \quad |x - \tilde{x}_2| = |0,00001428\dots| \leq \alpha(\tilde{x}_2).$$

Можем да изберем например: $\alpha(\tilde{x}_1) = 0,0029$ или $\alpha(\tilde{x}_1) = 0,003$.

Съответно за \tilde{x}_2 : $\alpha(\tilde{x}_2) = 0,0002$, $\alpha(\tilde{x}_2) = 0,0005$ или $\alpha(\tilde{x}_2) = 0,001$.

За относителните грешки намираме:

$$\Delta(\tilde{x}_1) = \frac{\alpha(\tilde{x}_1)}{|\tilde{x}_1|} = \frac{0,003}{0,286} = 0,001048\dots, \Delta(\tilde{x}_1) = 0,002, \text{ т.е. } \Delta(\tilde{x}_1) = 0,2\% .$$

$$\Delta(\tilde{x}_2) = \frac{\alpha(\tilde{x}_2)}{|\tilde{x}_2|} = \frac{0,0005}{0,2857} = 0,000070\dots, \Delta(\tilde{x}_2) = 0,0001 \text{ или } \Delta(\tilde{x}_2) = 0,01\% .$$