

ДИНАМИЧНИ МОДЕЛИ НА ГЕОМЕТРИЧНИ ПРЕОБРАЗУВАНИЯ

Гинка Бизова¹, Ваня Бизова-Лалева²

¹ Факултет по математика и информатика, Пловдивски университет, България

² Национална търговска гимназия, Пловдив, България

¹ g_bizova@abv.bg

DYNAMIC MODELS OF GEOMETRIC TRANSFORMATIONS

Ginka Bizova¹, Vania Bizova-Laleva²

¹ Faculty of Mathematics and Informatics, University of Plovdiv, Bulgaria

² National school of commerce, Plovdiv, Bulgaria

¹ g_bizova@abv.bg

Abstract. *The report deals with practical problems which are solved by means of geometric transformations – rotation and translation of rectangular cuboids. Two – dimensional models of these transformations are demonstrated by use of GeoGebra software.*

Key words: *dynamic software, GeoGebra, practical tasks*

Недостатъчният синхрон между теорията и практиката при прилагането на изследователски - ориентиран подход, се изтъква в редица изследвания като негативен фактор в обучението по математика в училище.

Европейските изследователски институции и международната научна общност признават важноста на този подход за повишаване на интереса на учениците към математиката.

В доклада е представено решението на практическа задача, с ученици от 8. клас, в което се използва динамична среда GeoGebra.

Разглежда се динамична конструкция на движенията на триизмерно тяло, която се моделира с геометрични преобразувания ротация и трансляция на двумерни фигури.

Необходими са знания за геометричното тяло правоъгълен паралелепипед и неговите свойства изучавани в шести клас, както и геометрични преобразувания - еднаквости, с които учениците се запознават в осми клас и разбира се- пространствено въображение.

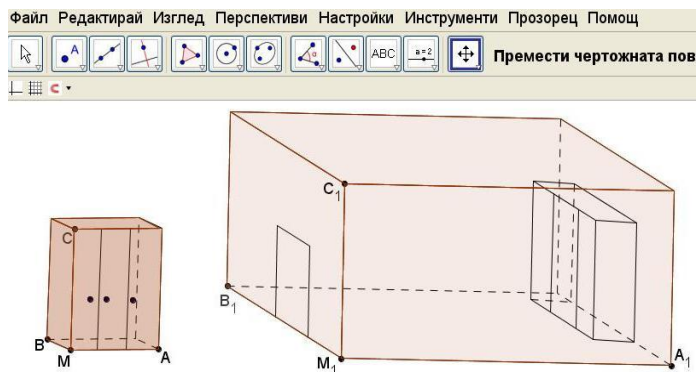
Задача. *Старинен неразглобяем гардероб, с форма на правоъгълен паралелепипед, е поставен успоредно пред вратата на правоъгълна стая, с размери: дължина 400см, широчина 300см и височина - 250см. Вратата, през която трябва да се внесе гардероба в стаята, има размери: широчина 70 см и височина 200 см и е разположена по средата на малката стена.*

Да се състави стратегия за последователните премествания на гардероба така, че той да застане пред малката стена на стаята с гръб към нея.

Да се състави динамичен модел на последователните движения.

Въвеждаме следните означения за гардероба: основни ръбове $MA=160\text{cm}$, $MB=60\text{cm}$, околнен ръб $MC=220\text{cm}$; лицевата и успоредната ѝ стена - Q , пода и тавана - P , третата двойка успоредни стени - S .

Аналогичните елементи на стаята означаваме със същите букви и долен индекс единица основни ръбове $M_1A_1=400\text{cm}$, $M_1B_1=300\text{cm}$, околнен ръб $M_1C_1=260\text{cm}$, по – големите успоредни околни стени - Q_1 , по-малките успоредни околни стени - S_1 , а пода и тавана - P_1 (фигура 1).



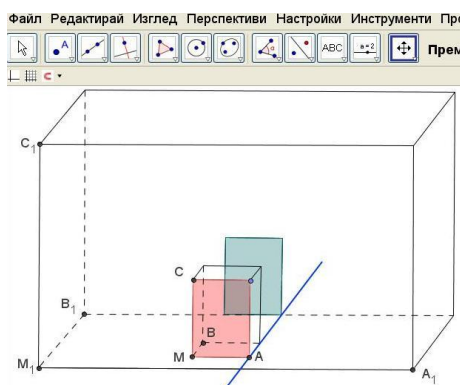
Фигура 1.

Решение: Приемаме, че гардеробът е поставен пред стаята така, че всяка негова двойка успоредни стени е успоредна на двойка стени на стаята.

Поставяме условие за извършване само на такива последователни премествания на гардероба, при които се запазва релацията успоредност на поне една двойка успоредни стени на гардероба и стаята.

Изискването е изпълнено само при успоредно пренасяне или ротация около ръб на гардероба.

Двумерните модели се състоят от двойки успоредни стени на телата, които са или успоредни на посоката на преместване или са перпендикулярни на ръба на въртене. Ръб на гардероба, който е перпендикулярен на такава двойка стени проектира движенията на едната стена върху другата (фигура 2).



Фигура 2.

Изграждане на стратегия.

Гардеробът не може да се внесе изправен в стаята, тъй като е по-висок от вратата ѝ.

Широчината и дължината на гардероба са по-малки от съответните размери на вратата на стаята.

Достатъчно е да се направи подходящо завъртане на гардероба около негов ръб така, че височината му да е по – малка от тази на вратата. След пренасянето му в стаята, следва „изправянето” на гардероба и поставянето му на исканото място.

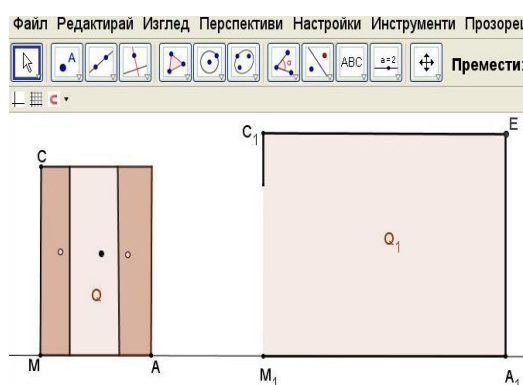
Създаване на динамичен модел на движенията

Използваме двумерната версия на програмната среда GeoGebra, затова създаваме двумерен модел на движенията на пространственото тяло.

Необходимо е винаги да проверяваме дали третото измерение на гардероба е по-малко от съответното измерение на стаята.

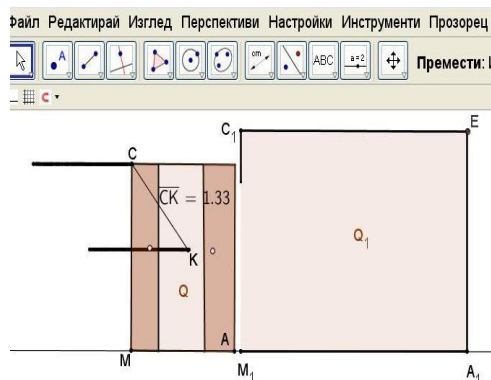
Да се върнем на разглежданата задача и да съставим модел на първите премествания на гардероба.

За да демонстрираме преместването на гардероба до вратата на стаята съставяме модел от стената Q на гардероба и успоредната ѝ стена Q_1 на стаята (фигура 3).



Фигура 3.

С помощта на инструмента Премести  преместваме Q до вратата на стаята, но не можем да внесем гардероба, защото той е по-висок от вратата (фигура 4)



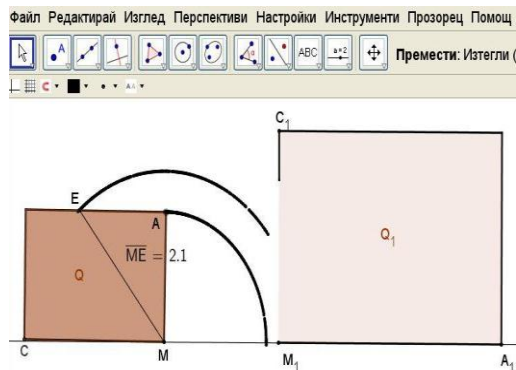
Фигура 4.

При динамичното успоредно пренасяне на стената Q по правата M_1A_1 следите на точките C и K показват посоката и дължината на преместването (фигура 4). Това са характеристиките на изученото в 8. клас понятие – вектор, в случая вектор на трансляция.


Динамичната среда GeoGebra позволява да се демонстрира запазването на разстоянието между всяка двойка точки при трансляция (фигура 4) т.е. геометричното преобразуване трансляция е еднаквост.

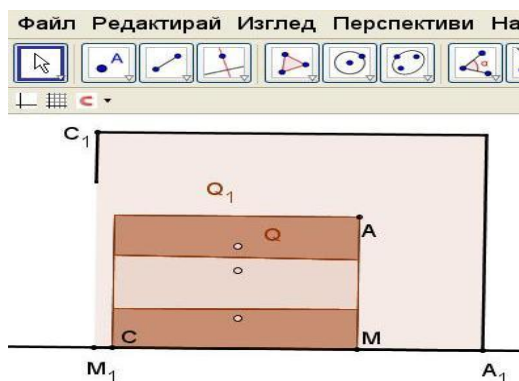
За „внесянето” на гардероба в стаята е необходимо да го завъртим така, че да е по-нисък от вратата. За двумерния модел използваме стените Q и Q_1 , които са перпендикулярни на ръба на въртене MB .

Моделираме завъртането на гардероба около ръба MB, като извършваме ротация на стената Q на ъгъл $+90^\circ$ около точка M (фигура 5). Чрез точките от динамичната конструкция поставени в режим „следа“ демонстрираме посока и ъгъл на завъртане. Показваме, че ротацията запазва дължините на отсечките и големините на ъглите.



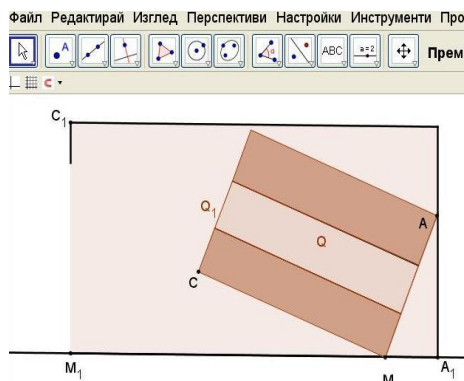
Фигура 5.

Отново с бутона Премести , чрез трансляция по основния ръб на Q_1 „внесяме” гардероба в стаята (фигура 6).



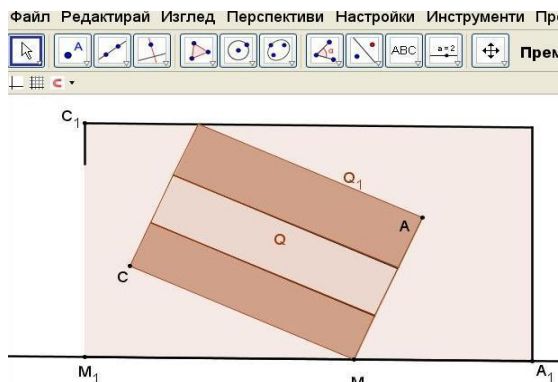
Фигура 6.

Следва „изправянето” му, чрез ротация на Q около точка M на ъгъл -90° , но не успяваме, тъй като гардеробът опира в стената (фигура 7).



Фигура 7.

Извършваме трансляция в противоположна посока така, че разстоянието от M до стената на стаята да е по-голямо от широчината на гардероба, но пак не успяваме с „изправянето”. Сега гардеробът опира в тавана (фигура 8).

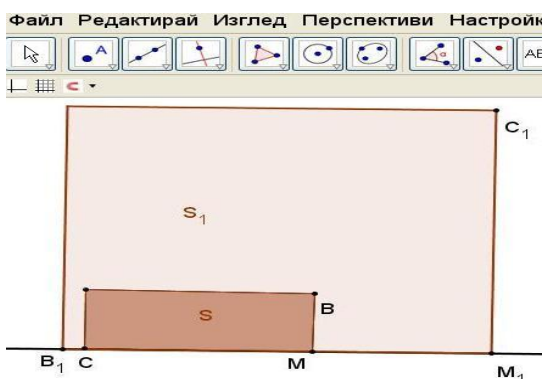


Фигура 8.

Причината е диагоналът на стената Q , който е по-голям от височината на стаята. Изглежда, че поставянето на гардероба на исканото място е невъзможно.

Гардеробът има и друга околна стена S с по-малък диагонал.

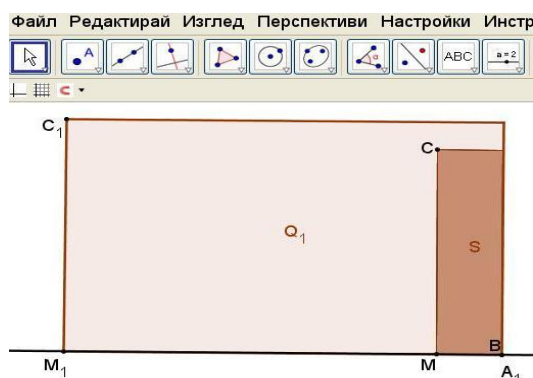
Да опитаме да завъртим гардероба около ръба MC на ъгъл $+90^\circ$. Стените, които са перпендикулярни на оста на въртене са S и S_1 и ще ги използваме за моделиране на ротацията (фигура 9). Условието за третото измерение е изпълнено.



Фигура 9.

Завъртаме фигурата S на ъгъл $+90^\circ$ около точка M . Ротацията е възможна, защото широчината на стаята е по-голяма от сбора на дължината и ширината на гардероба. Последен опит за „изправяне” на гардероба. Експериментираме ротация на гардероба на ъгъл -90° около оста MA . За модела използваме стените S и Q_1 , които в случая са перпендикулярни на оста на въртене.

Фигурата S завъртаме около точка M на ъгъл -90° . Диагоналът на стената S е по-малък от височината на стаята и този път „изправянето” е успешно. Гардеробът е поставен успоредно на малката стена на стаята, с гръб към нея (фигура 10). Чрез последно преместване успоредно на стената Q_1 задачата е изпълнена.



Фигура 10.

Ако разстоянието между гардероба и стената е равно на широчината на гардероба, след изправянето му той заема желаното място.

С разгледаната задача искаме да покажем на учениците, че математиката не е съвкупност от измислени понятия и твърдения, а е възникнала в стремежа на хората да намерят решения на проблеми, появили се в реални ситуации.

Литература

Василева, А., Ако хамалите бяха математици и други екстрем(ал)ности. // *Математика и информатика*, бр.1,2011,с.11-18

Кендеров, П., Иновации в математическото образование:европейските проекти InnoMathEd Fibonacci. // *Математическо образование. Сборник доклади на 39. пролетна конференция на СМБ. 2010.с.63-73*

Проект Fibonacci <<http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/>>14.10.2012г.